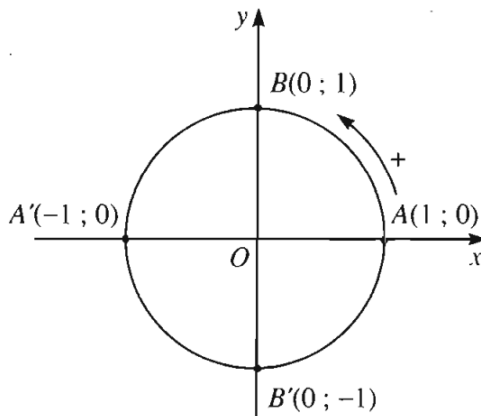


**ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI**  
**MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 01**

**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)**

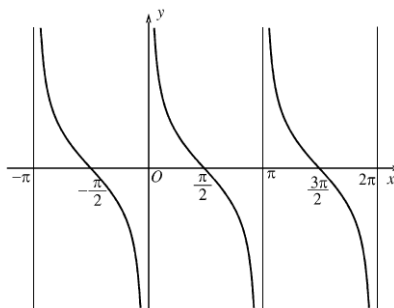
**Câu 1:** Trên đường tròn lượng giác



Trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác  $(OA, OB)$ ?

- A.**  $-\frac{3\pi}{2} + k\pi$ .      **B.**  $\frac{3\pi}{2} + k2\pi$ .      **C.**  $-\frac{3\pi}{2} + k2\pi$ .      **D.**  $\frac{\pi}{2} + k2\pi$ .

**Câu 2:** Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường cong như hình bên.



- A.**  $y = \sin x$ .      **B.**  $y = \tan x$ .      **C.**  $y = \cot x$ .      **D.**  $y = \cos x$ .

**Câu 3:** Tất cả các nghiệm của phương trình  $\sin x = \sin \frac{\pi}{3}$  là

- A.**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .      **B.**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .
- C.**  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ .      **D.**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .

**Câu 4:** Cho dãy số  $(u_n)$  có  $u_n = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}$ . Tính  $u_2$ .

- A.**  $u_2 = \frac{1}{5}$ .      **B.**  $u_2 = \frac{2}{5}$ .      **C.**  $u_2 = \frac{3}{5}$ .      **D.**  $u_2 = \frac{4}{5}$ .

**Câu 5:** Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số nhân?

- A.**  $u_n = (-1)^n n$       **B.**  $u_n = n^2$       **C.**  $u_n = 2^n$       **D.**  $u_n = \frac{n}{3^n}$

**Câu 6:** Giá trị của giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3}{4n^2 - 2n + 1}$  là:

- A.  $-\frac{3}{4}$ .                      B.  $-\infty$ .                      C. 0.                      D. -1.

**Câu 7:** Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3}{x + 2}$  bằng

- A. 2.                      B. 0.                      C. -2.                      D.  $-\frac{3}{2}$ .

**Câu 8:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x + 1}{x - 3}$  ?

- A.  $-\infty$ .                      B.  $+\infty$ .                      C. 0.                      D. 7.

**Câu 9:** Hàm số  $y = \frac{1}{2x + 4}$  gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

- A. 2.                      B. 1.                      C. 4.                      D. -2.

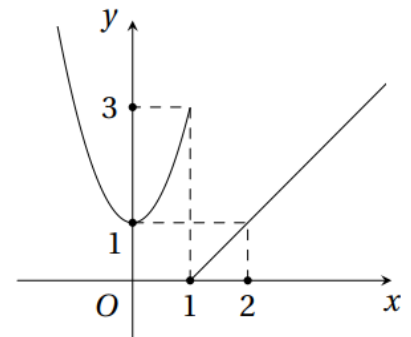
**Câu 10:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} m^2 + mx - 2 & \text{khi } x \neq 1 \\ 0 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ . Tính tổng các giá trị tìm được của tham số  $m$  để

hàm số liên tục tại  $x = 1$

- A. -1.                      B. 1.                      C. 4.                      D. -2.

**Câu 11:** Hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình bên. Hàm số gián đoạn tại điểm có hoành độ bằng bao nhiêu?

- A.  $x = 1$ .                      B.  $x = 2$   
C.  $y = 1$ .                      D.  $x = 3$ .



**Câu 12:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SBC)$  là đường thẳng

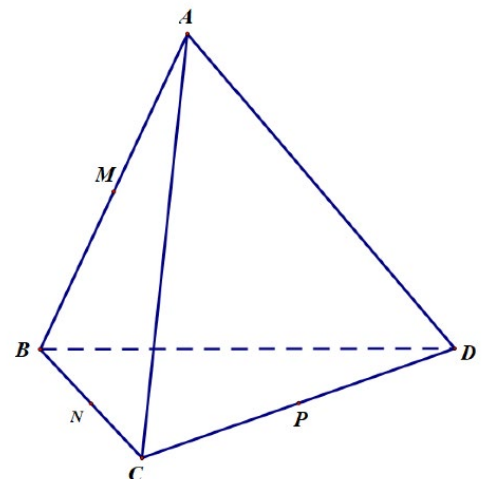
- A.  $SA$ .                      B.  $SB$ .                      C.  $SD$ .                      D.  $AC$ .

**Câu 13:** Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng?

- A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.  
B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.  
C. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song.  
D. Hai đường thẳng không nằm trên cùng một mặt phẳng thì chéo nhau.

**Câu 14:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC, CD$ . Mệnh đề nào sau đây đúng

- A.  $MP \parallel AD$ .                      B.  $BC, AD$  có điểm chung.  
C.  $MN \parallel AC$ .                      D.  $MP \parallel BC$ .

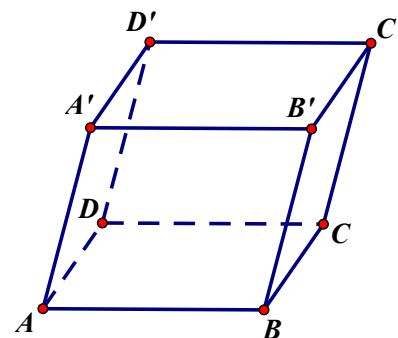


**Câu 15:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trọng tâm tam giác  $SAB$  và tam giác  $SCD$ . Khi đó  $MN$  song song với mặt phẳng

- A.  $(SAC)$ .                      B.  $(SBD)$ .                      C.  $(SAB)$ .                      D.  $(ABCD)$ .

**Câu 16:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(AB'D')$  song song với mặt phẳng nào sau đây?

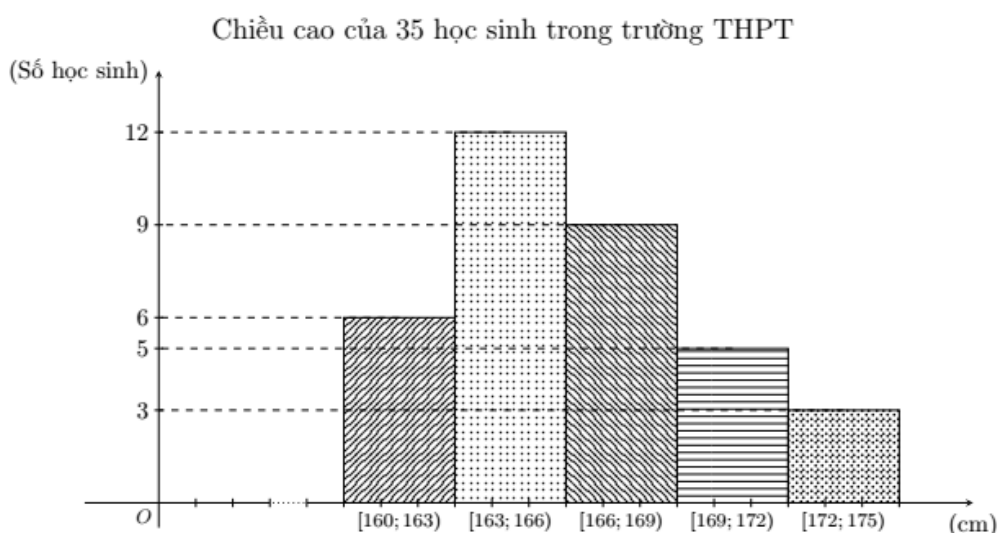
- A.  $(BCA')$ .                      B.  $(BDA')$ .  
C.  $(A'C'C)$ .                      D.  $(BC'D)$ .



**Câu 17:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ , gọi  $O, O'$  lần lượt là tâm của hai đáy  $ABCD, A'B'C'D'$ . Hình chiếu song song của  $O$  lên mặt phẳng  $(A'B'C'D')$  theo phương  $AA'$  là

- A.  $O'$ .                      B.  $A'$ .                      C.  $B'$ .                      D.  $C'$ .

**Câu 18:** Kết quả điều tra chiều cao của học sinh trong trường THPT được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây.



Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu?

- A. 175.                      B. 160.                      C. 12.                      D. 35.

**Câu 19:** Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau:

Doanh thu	$[5; 7)$	$[7; 9)$	$[9; 11)$	$[11; 13)$	$[13; 15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A.  $[7; 9)$ .                      B.  $[9; 11)$ .                      C.  $[11; 13)$ .                      D.  $[13; 15)$ .

**Câu 20:** Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa một nửa của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A.  $[20; 40)$ .                      B.  $[40; 60)$ .                      C.  $[60; 80)$ .                      D.  $[80; 100)$ .

**Câu 21:** Một đu quay ở công viên có bán kính bằng 10m. Tốc độ của đu quay là 3 vòng/phút. Hỏi mất bao lâu để đu quay được góc  $270^\circ$ ?

- A.  $\frac{1}{3}$  phút.                      B.  $\frac{1}{6}$  phút.                      C.  $\frac{1}{4}$  phút.                      D. 1,5 phút.

**Câu 22:** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \tan\left(3x - \frac{\pi}{6}\right)$ .

**A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{4\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{2\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**Câu 23:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi 
$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_n = \frac{1}{2 - u_{n-1}}, \forall n \geq 2 \end{cases}$$
. Khi đó  $u_3$  có giá trị bằng

**A.**  $\frac{3}{4}$ .

**B.**  $\frac{4}{3}$ .

**C.**  $\frac{2}{3}$ .

**D.**  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 24:** Một rạp hát có 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 25 ghế. Mỗi dãy sau có hơn dãy trước 3 ghế. Hỏi rạp hát có tất cả bao nhiêu ghế?

**A.** 1635.

**B.** 1792.

**C.** 2055.

**D.** 3125.

**Câu 25:** Một loại thuốc được dùng mỗi ngày một lần. Lúc đầu nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân tăng nhanh, nhưng mỗi liều kế tiếp có tác dụng ít hơn liều trước đó. Lượng thuốc trong máu ở ngày thứ nhất là 50mg, và mỗi ngày sau đó giảm chỉ còn một nửa so với ngày kế trước đó. Tính tổng lượng thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi dùng thuốc 10 ngày liên tiếp.

**A.** 99,902.

**B.** 99,805.

**C.** 99,951.

**D.** 99,976.

**Câu 26:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{an+4}{5n+3}$  trong đó  $a$  là tham số thực. Để dãy số  $(u_n)$  có giới hạn bằng 2, giá trị của  $a$  là:

**A.**  $a = 10$ .

**B.**  $a = 8$ .

**C.**  $a = 6$ .

**D.**  $a = 4$ .

**Câu 27:** Tính giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} - 4.5^n}{2.5^n + 5.4^{n+1}}$ .

**A.**  $-\frac{1}{7}$ .

**B.** 2.

**C.** -2.

**D.**  $-\frac{1}{5}$ .

**Câu 28:** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 2}$  bằng:

**A.** 1.

**B.** 2.

**C.**  $\frac{3}{2}$ .

**D.** 3.

**Câu 29:** Tìm giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{(2-x)^4}$ .

**A.**  $+\infty$ .

**B.**  $-\infty$ .

**C.** -2.

**D.** 1.

**Câu 30:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Đường thẳng  $SA$  không phải là giao tuyến của hai mặt phẳng nào sau đây?

**A.**  $(SAC)$  và  $(SCD)$ . **B.**  $(SAB)$  và  $(SAC)$ . **C.**  $(SOC)$  và  $(SAB)$ . **D.**  $(SAC) \cap (SAD)$ .

**Câu 31:** Cho tứ diện  $ABCD$ ,  $G$  là trọng tâm  $\triangle ABD$  và  $M$  là điểm trên cạnh  $BC$  sao cho  $BM = 2MC$ . Đường thẳng  $MG$  song song với mặt phẳng nào sau đây?

**A.**  $(ACD)$ .

**B.**  $(ABC)$ .

**C.**  $(ABD)$ .

**D.**  $(BCD)$ .

**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng đi qua  $AC$  và song song với  $SB$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt  $SD$  tại  $E$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A.  $SE = \frac{1}{3}ED$ .      B.  $SE = \frac{1}{2}SD$ .      C.  $SE = \frac{1}{3}SD$ .      D.  $SE = 2SD$ .

**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ , biết  $AB = 6$ ,  $SA = SB = 4$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng đi qua  $O$  và song song với mặt phẳng  $(SAB)$ . Diện tích thiết diện của mặt phẳng  $(P)$  và hình chóp  $S.ABCD$  bằng?

- A.  $\frac{9\sqrt{7}}{2}$ .      B.  $9\sqrt{7}$ .      C.  $\frac{9\sqrt{7}}{4}$ .      D.  $3\sqrt{7}$ .

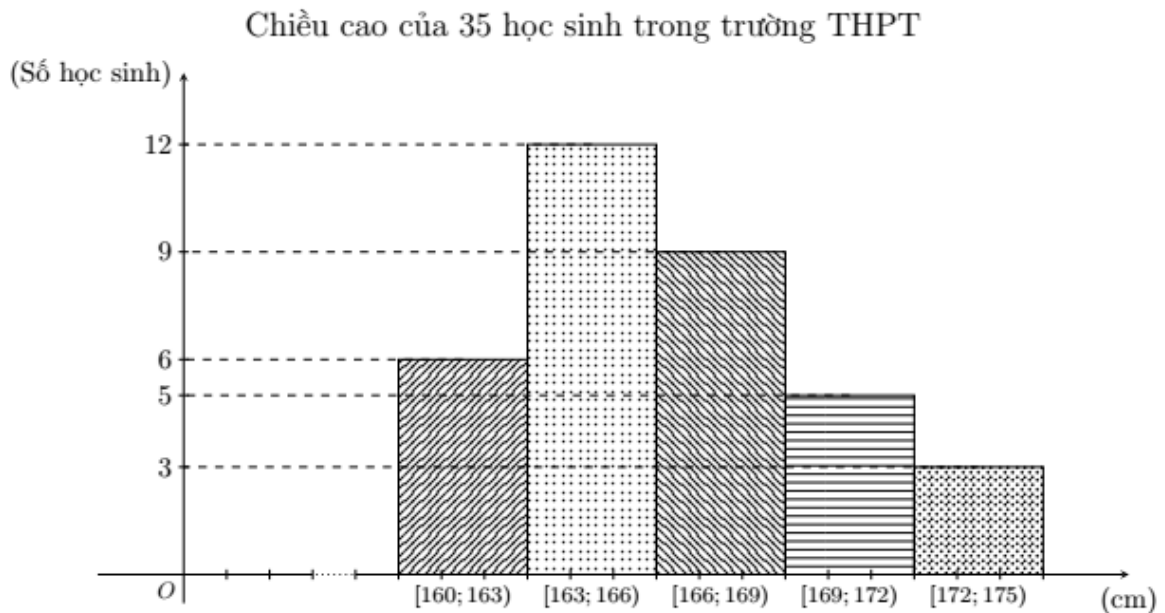
**Câu 34:** Thống kê số tiền mua sắm online của một số khách hàng nữ trong một khu chung cư, được bảng sau:

Số tiền mua sắm online (triệu đồng)	$[0,5;1,5)$	$[1,5;2,5)$	$[2,5;3,5)$	$[3,5;4,5)$	$[4,5;5,5)$
Số người	10	17	19	31	7

75% khách hàng nữ mua sắm với số tiền không vượt quá khoảng bao nhiêu triệu đồng?

- A. 3,7 (triệu).      B. 4,05 (triệu).      C. 4,3 (triệu).      D. 3,8 (triệu).

**Câu 35:** Kết quả điều tra chiều cao của học sinh (đơn vị: cm) trong trường THPT được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây.



Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu? (Đáp án làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. 161,69.      B. 167,69.      C. 165,69.      D. 163,69.

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

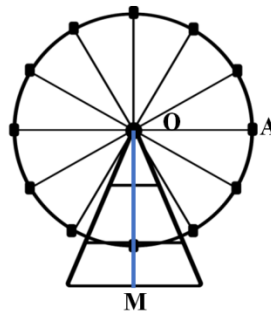
**Câu 36:** Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên biến đổi theo một hàm số thời gian là  $g(t) = 45t^2 - t^3$ . Tốc độ

trung bình gia tăng người bệnh giữa hai thời điểm  $t_1, t_2$  là  $v_{tb} = \frac{g(t_2) - g(t_1)}{t_2 - t_1}$ . Tính

$\lim_{t \rightarrow 10} \frac{g(t) - g(10)}{t - 10}$  và cho biết ý nghĩa của kết quả tìm được.

**Câu 37:** Cho tứ diện  $ABCD$ ,  $M$  là một điểm bên trong tam giác  $ABD$ ,  $N$  là một điểm bên trong tam giác  $ACD$ . Tìm giao tuyến của  $(DMN)$  và  $(ABC)$

**Câu 38:** Một vòng quay quan sát quay ngược chiều kim đồng hồ quanh trục  $O$  của nó trên một mặt phẳng thẳng đứng vuông góc với mặt đất. Vòng quay có đường kính bánh xe là 20 m và có 12 khoang hành khách hình trụ được thiết kế ở những vị trí trên đường tròn bánh xe sao cho khoảng cách giữa hai khoang gần nhất luôn bằng nhau. Vị trí hành khách bước lên khoang hành khách cách mặt đất 5 m. Sau khi tất cả mọi người đã bước lên khoang hành khách, vị trí khoang hành khách của bạn A (như trong hình vẽ bên dưới). Hỏi vị trí khoang hành khách của bạn A sau khi vòng quay quay được  $5\frac{1}{6}$  vòng cách mặt đất bao nhiêu mét? Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.



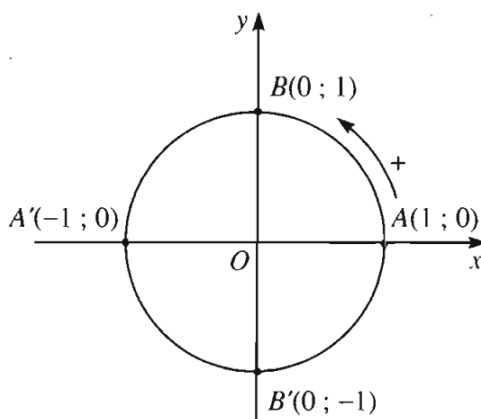
**Câu 39:** Công ty A kí hợp đồng với anh Bình để làm việc cho công ty trong 12 tháng với qui ước tháng đầu tiên anh Bình sẽ được nhận số tiền là  $X$  đồng. Sau đó mỗi tháng công ty sẽ tăng thêm cho anh Bình 250.000 đồng vào số lương của tháng trước. Đồng thời công ty này trả trước cho Bình tổng số tiền lương 12 tháng làm việc là 196.500.000 đồng. Nhưng khi làm việc đến hết tháng thứ mười thì do bận việc nên anh Bình xin nghỉ việc. Hỏi anh Bình phải trả lại công ty bao nhiêu tiền nếu công ty vẫn đồng ý trả lương cho anh trong mười tháng làm việc theo thỏa thuận ban đầu?

----- HẾT -----

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

### I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Trên đường tròn lượng giác



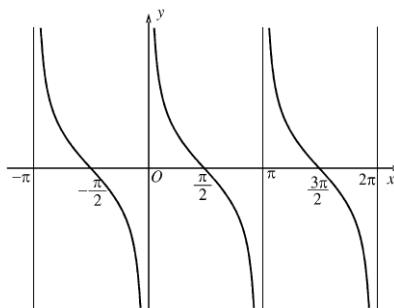
Trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác  $(OA, OB)$ ?

- A.**  $-\frac{3\pi}{2} + k\pi$ .      **B.**  $\frac{3\pi}{2} + k2\pi$ .      **C.**  $-\frac{3\pi}{2} + k2\pi$ .      **D.**  $\frac{\pi}{2} + k2\pi$ .

**Lời giải**

Từ hình vẽ ta có số đo  $(OA, OB) = -\frac{3\pi}{2} + k2\pi$ .

**Câu 2:** Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường cong như hình bên.



- A.**  $y = \sin x$ .      **B.**  $y = \tan x$ .      **C.**  $y = \cot x$ .      **D.**  $y = \cos x$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = \cot x$  có đồ thị như hình vẽ.

**Câu 3:** Tất cả các nghiệm của phương trình  $\sin x = \sin \frac{\pi}{3}$  là

- A.**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .      **B.**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .
- C.**  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ .      **D.**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .

**Lời giải**

Áp dụng công thức:  $\sin x = \sin a \Leftrightarrow \begin{cases} x = a + k2\pi \\ x = \pi - a + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .

**Câu 4:** Cho dãy số  $(u_n)$  có  $u_n = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}$ . Tính  $u_2$ .

A.  $u_2 = \frac{1}{5}$ .

B.  $u_2 = \frac{2}{5}$ .

C.  $u_2 = \frac{3}{5}$ .

D.  $u_2 = \frac{4}{5}$ .

Lời giải

Ta có  $u_2 = \frac{2^2 - 1}{2^2 + 1} = \frac{3}{5}$ .

**Câu 5:** Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số nhân?

A.  $u_n = (-1)^n n$

B.  $u_n = n^2$

C.  $u_n = 2^n$

D.  $u_n = \frac{n}{3^n}$

Lời giải

Lập tỉ số  $\frac{u_{n+1}}{u_n}$

A:  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(-1)^{n+1} \cdot (n+1)}{(-1)^n \cdot n} = -\frac{n+1}{n} \Rightarrow (u_n)$  không phải cấp số nhân.

B:  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(n+1)^2}{n^2} \Rightarrow (u_n)$  không phải là cấp số nhân.

C:  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^{n+1}}{2^n} = 2 \Rightarrow u_{n+1} = 2u_n \Rightarrow (u_n)$  là cấp số nhân có công bội bằng 2.

D:  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n+1}{3n} \Rightarrow (u_n)$  không phải là cấp số nhân.

**Câu 6:** Giá trị của giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3}{4n^2 - 2n + 1}$  là:

A.  $-\frac{3}{4}$ .

B.  $-\infty$ .

C. 0.

D. -1.

Lời giải

Ta có  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3}{4n^2 - 2n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{-3}{n^2}}{4 - \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}} = \frac{0}{4} = 0$ .

**Giải nhanh :** Dạng « bậc tử » < « bậc mẫu » nên kết quả bằng 0.

**Câu 7:** Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3}{x + 2}$  bằng

A. 2.

B. 0.

C. -2.

D.  $-\frac{3}{2}$ .

Lời giải

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3}{x + 2} = \frac{1 - 3}{-1 + 2} = -2$

**Câu 8:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x + 1}{x - 3}$  ?

A.  $-\infty$ .

B.  $+\infty$ .

C. 0.

D. 7.

Lời giải

Có  $\lim_{x \rightarrow 3^-} (2x + 1) = 7$ ,  $x \rightarrow 3^- \Leftrightarrow x - 3 < 0$  nên  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x + 1}{x - 3} = -\infty$ .

**Câu 9:** Hàm số  $y = \frac{1}{2x + 4}$  gián đoạn tại điểm nào dưới đây?



A. 2.

B. 1

C. 4.

D. -2.

**Lời giải**

Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ , suy ra hàm số gián đoạn tại  $x = -2$ .

**Câu 10:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} m^2 + mx - 2 & \text{khi } x \neq 1 \\ 0 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ . Tính tổng các giá trị tìm được của tham số  $m$  để

hàm số liên tục tại  $x = 1$

A. -1.

B. 1

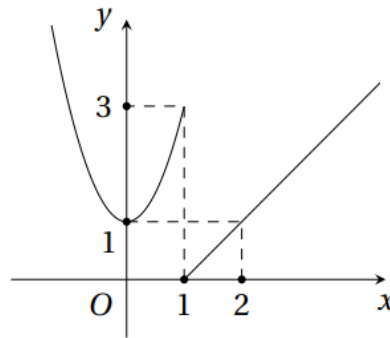
C. 4.

D. -2.

**Lời giải**

Để hàm số liên tục tại  $x = 1$  thì  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow m^2 + m - 2 = 0$ , phương trình có hai nghiệm phân biệt  $m = 1$  và  $m = -2$  nên tổng các giá trị của tham số  $m$  tìm được bằng  $1 + (-2) = -1$ .

**Câu 11:** Hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình bên. Hàm số gián đoạn tại điểm có hoành độ bằng bao nhiêu?



A.  $x = 1$ .

B.  $x = 2$

C.  $y = 1$ .

D.  $x = 3$ .

**Lời giải**

Dựa vào đồ thị của hàm số, ta thấy hàm số gián đoạn tại điểm có hoành độ bằng 1.

**Câu 12:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SBC)$  là đường thẳng

A.  $SA$ .

B.  $SB$ .

C.  $SD$ .

D.  $AC$ .

**Lời giải**

Vì  $S$  và  $B$  là hai điểm chung của hai mặt phẳng nên  $(SAB) \cap (SBC) = SB$ .

**Câu 13:** Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng?

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song.

D. Hai đường thẳng không nằm trên cùng một mặt phẳng thì chéo nhau.

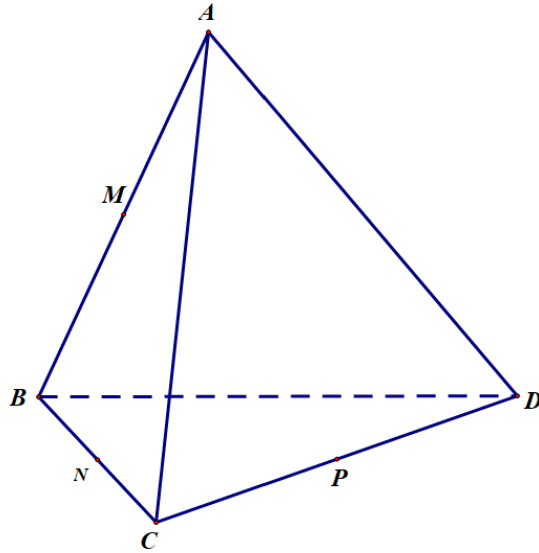
**Lời giải**

Phương án “Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau” sai vì hai đường thẳng có thể chéo nhau.

Phương án “Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau” sai vì hai đường thẳng có thể song song.

Phương án “Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song” sai vì hai đường thẳng có thể chéo nhau.

**Câu 14:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC, CD$ . Mệnh đề nào sau đây đúng



- A.**  $MP \parallel AD$ .                      **B.**  $BC, AD$  có điểm chung.  
**C.**  $MN \parallel AC$ .                      **D.**  $MP \parallel BC$ .

**Lời giải**

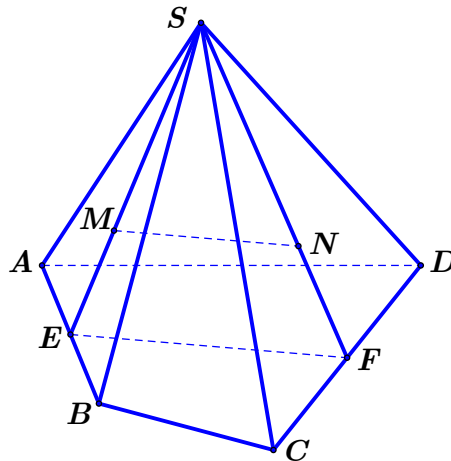
Ta có  $MP, AD, BC$  là các cặp đường thẳng chéo nhau.

Nên  $MP \parallel AD, BC, AD$  có điểm chung,  $MP \parallel BC$  là các mệnh đề sai.

**Câu 15:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trọng tâm tam giác  $SAB$  và tam giác  $SCD$ . Khi đó  $MN$  song song với mặt phẳng

- A.**  $(SAC)$ .                      **B.**  $(SBD)$ .                      **C.**  $(SAB)$ .                      **D.**  $(ABCD)$ .

**Lời giải**



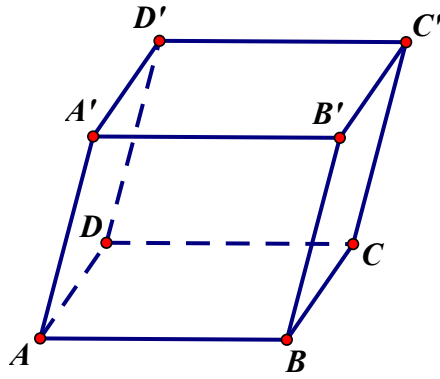
Gọi  $E$  và  $F$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ .

Do  $M, N$  là trọng tâm  $\Delta SAB, \Delta SCD$  nên  $S, M, E$  thẳng hàng;  $S, N, F$  thẳng hàng.

Xét  $\Delta SEF$  có:  $\frac{SM}{SE} = \frac{2}{3} = \frac{SN}{SF}$  nên theo định lý Ta lét  $\Rightarrow MN \parallel EF$ .

Mà  $EF \subset (ABCD)$  nên  $MN \parallel (ABCD)$ .

**Câu 16:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(AB'D')$  song song với mặt phẳng nào sau đây?

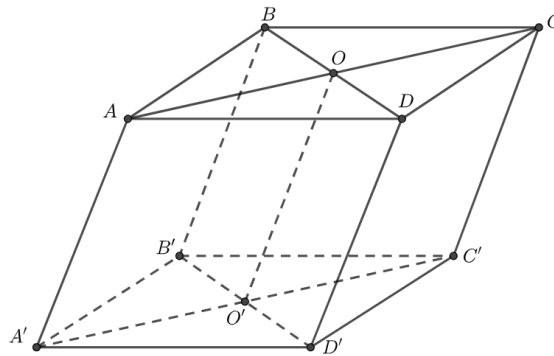


- A.  $(BCA')$ .      B.  $(BDA')$ .      C.  $(A'C'C)$ .      **D.  $(BC'D)$ .**

**Câu 17:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ , gọi  $O, O'$  lần lượt là tâm của hai đáy  $ABCD, A'B'C'D'$ . Hình chiếu song song của  $O$  lên mặt phẳng  $(A'B'C'D')$  theo phương  $AA'$  là

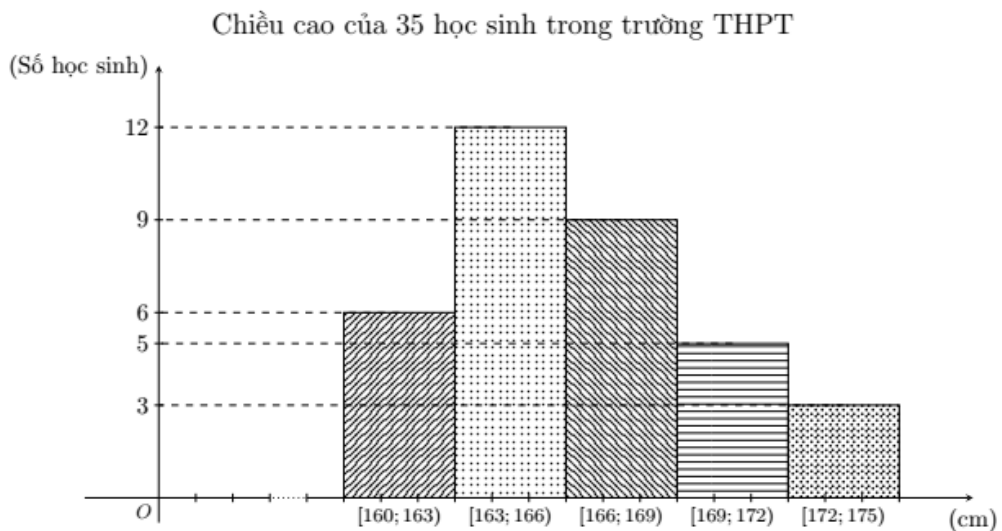
- A.  $O'$ .**      B.  $A'$ .      C.  $B'$ .      D.  $C'$ .

**Lời giải**



Vì  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình hộp nên  $OO' \parallel AA'$ . Vậy hình chiếu song song của  $O$  lên mặt phẳng  $(A'B'C'D')$  theo phương  $AA'$  là  $O'$ .

**Câu 18:** Kết quả điều tra chiều cao của học sinh trong trường THPT được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây.



Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu?

- A. 175.      B. 160.      C. 12.      **D. 35.**

**Lời giải**

Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm trên là  $3 + 5 + 6 + 9 + 12 = 35$ .

**Câu 19:** Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau:

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A.** [7; 9).                      **B.** [9; 11).                      **C.** [11; 13).                      **D.** [13; 15).

**Lời giải**

Bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện là

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Giá trị đại diện	6	8	10	12	14
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình:  $\bar{x} = \frac{2.6 + 7.8 + 7.10 + 3.12 + 1.14}{20} = 9,4$

**Câu 20:** Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A.** [20; 40).                      **B.** [40; 60).                      **C.** [60; 80).                      **D.** [80; 100).

**Lời giải**

Nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm là nhóm có tần số lớn nhất.

Do đó nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là nhóm [40; 60).

**Câu 21:** Một đu quay ở công viên có bán kính bằng 10m. Tốc độ của đu quay là 3 vòng/phút. Hỏi mất bao lâu để đu quay quay được góc  $270^\circ$ ?

- A.**  $\frac{1}{3}$  phút.                      **B.**  $\frac{1}{6}$  phút.                      **C.**  $\frac{1}{4}$  phút.                      **D.** 1,5 phút.

**Lời giải**

Tính được:  $270^\circ = \frac{270}{180}\pi = \frac{3}{2}\pi = \frac{3}{4}.2\pi$

Vậy đu quay quay được góc  $270^\circ$  khi nó quay được  $\frac{3}{4}$  vòng

Ta có: Đu quay quay được 1 vòng trong  $\frac{1}{3}$  phút

Đu quay quay được  $\frac{3}{4}$  vòng trong  $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$  phút.

**Câu 22:** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \tan\left(3x - \frac{\pi}{6}\right)$ .

- A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .                      **B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .  
**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{4\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .                      **D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Lời giải**

Điều kiện:  $\cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) \neq 0 \Leftrightarrow 3x - \frac{\pi}{6} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow 3x \neq \frac{2\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{2\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy tập xác định của hàm số trên là  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

- Câu 23:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi 
$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_n = \frac{1}{2 - u_{n-1}}, \forall n \geq 2 \end{cases}$$
. Khi đó  $u_3$  có giá trị bằng
- A.**  $\frac{3}{4}$ .                      **B.**  $\frac{4}{3}$ .                      **C.**  $\frac{2}{3}$ .                      **D.**  $\frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

Theo công thức truy hồi ta có  $u_2 = \frac{1}{2 - \frac{1}{2}} = \frac{2}{3} \Rightarrow u_3 = \frac{1}{2 - \frac{2}{3}} = \frac{3}{4}$ .

- Câu 24:** Một rạp hát có 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 25 ghế. Mỗi dãy sau có hơn dãy trước 3 ghế. Hỏi rạp hát có tất cả bao nhiêu ghế?
- A.** 1635.                      **B.** 1792.                      **C.** 2055.                      **D.** 3125.

**Lời giải**

Số ghế của mỗi dãy theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng có 30 số hạng có công sai  $d = 3$  và  $u_1 = 25$ .

Tổng số ghế là  $S_{30} = u_1 + u_2 + \dots + u_{30} = 30u_1 + \frac{30 \cdot 29}{2}d = 2055$

- Câu 25:** Một loại thuốc được dùng mỗi ngày một lần. Lúc đầu nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân tăng nhanh, nhưng mỗi liều kế tiếp có tác dụng ít hơn liều trước đó. Lượng thuốc trong máu ở ngày thứ nhất là 50mg, và mỗi ngày sau đó giảm chỉ còn một nửa so với ngày kế trước đó. Tính tổng lượng thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi dùng thuốc 10 ngày liên tiếp.
- A.** 99,902.                      **B.** 99,805.                      **C.** 99,951.                      **D.** 99,976.

**Lời giải**

Lượng thuốc trong máu mỗi ngày của bệnh nhân lập thành cấp số nhân với số hạng đầu là 50 và công bội  $q = 0.5$

Tổng lượng thuốc trong máu 10 ngày liên tiếp chính là tổng 10 số hạng đầu của cấp số nhân này và bằng:  $S_n = \frac{50[1 - (0.5)^{10}]}{1 - 0.5} = 99.902(\text{mg})$ .

- Câu 26:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{an+4}{5n+3}$  trong đó  $a$  là tham số thực. Để dãy số  $(u_n)$  có giới hạn bằng 2, giá trị của  $a$  là:
- A.**  $a = 10$ .                      **B.**  $a = 8$ .                      **C.**  $a = 6$ .                      **D.**  $a = 4$ .

**Lời giải**

Ta có  $\lim u_n = \lim \frac{an+4}{5n+3} = \lim \frac{a + \frac{4}{n}}{5 + \frac{3}{n}} = \frac{a}{5}$ . Khi đó

$\lim u_n = 2 \Leftrightarrow \frac{a}{5} = 2 \Leftrightarrow a = 10$

**Giải nhanh :**  $2 \sim \frac{an+4}{5n+3} \sim \frac{an}{5n} = \frac{a}{5} \Leftrightarrow a = 10$ .

- Câu 27:** Tính giới hạn  $\lim \frac{3^{n+1} - 4 \cdot 5^n}{2 \cdot 5^n + 5 \cdot 4^{n+1}}$ .

A.  $-\frac{1}{7}$ .

B. 2.

C. -2.

D.  $-\frac{1}{5}$ .

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} - 4 \cdot 5^n}{2 \cdot 5^n + 5 \cdot 4^{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 3^n - 4 \cdot 5^n}{2 \cdot 5^n + 20 \cdot 4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \left(\frac{3}{5}\right)^n - 4}{2 + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^n} = -2.$$

Câu 28: Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 2}$  bằng:

A. 1.

B. 2.

C.  $\frac{3}{2}$ .

D. 3.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(2x-1)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (2x-1) = 3.$$

Câu 29: Tìm giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{(2-x)^4}$ .

A.  $+\infty$ .

B.  $-\infty$ .

C. -2.

D. 1.

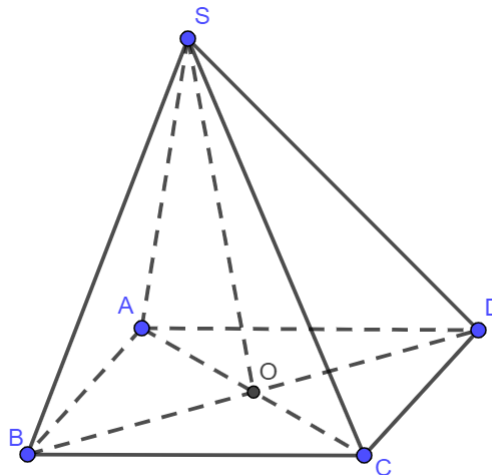
Lời giải

$$\text{Đáp số: } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{(2-x)^4} = +\infty.$$

Câu 30: Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Đường thẳng  $SA$  không phải là giao tuyến của hai mặt phẳng nào sau đây?

A.  $(SAC)$  và  $(SCD)$ . B.  $(SAB)$  và  $(SAC)$ . C.  $(SOC)$  và  $(SAB)$ . D.  $(SAC) \cap (SAD)$ .

Lời giải



Ta có:

$$\begin{cases} S \in (SAC) \cap (SCD) \\ C \in (SAC) \cap (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAC) \cap (SCD) = SC.$$

Vậy  $SA$  không phải là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SCD)$ .

Câu 31: Cho tứ diện  $ABCD$ ,  $G$  là trọng tâm  $\triangle ABD$  và  $M$  là điểm trên cạnh  $BC$  sao cho  $BM = 2MC$ . Đường thẳng  $MG$  song song với mặt phẳng nào sau đây?

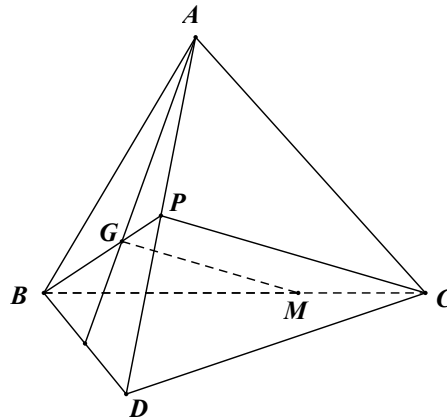
**A.**  $(ACD)$ .

**B.**  $(ABC)$ .

**C.**  $(ABD)$ .

**D.**  $(BCD)$ .

**Lời giải**



Gọi  $P$  là trung điểm của  $AD$ .

Ta có:  $\frac{BM}{BC} = \frac{BG}{BP} = \frac{2}{3} \Rightarrow MG \parallel CP$ . Mà  $\begin{cases} CP \subset (ACD) \\ MG \not\subset (ACD) \end{cases}$  nên  $MG \parallel (ACD)$ .

**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng đi qua  $AC$  và song song với  $SB$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt  $SD$  tại  $E$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

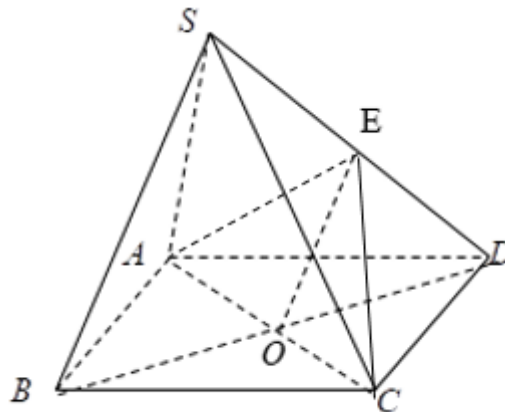
**A.**  $SE = \frac{1}{3}ED$ .

**B.**  $SE = \frac{1}{2}SD$ .

**C.**  $SE = \frac{1}{3}SD$ .

**D.**  $SE = 2SD$ .

**Lời giải**



Gọi  $O = AC \cap BD \Rightarrow O \in AC, AC \subset (\alpha)$  và  $O \in (SBD)$ .

Suy ra  $O \in (SBD) \cap (\alpha)$ .

Ta có  $SB \parallel (\alpha), SB \subset (SBD)$

Suy ra  $d = (SBD) \cap (\alpha)$ , với  $d$  đi qua  $O$  và  $d \parallel SB$ .

Trong mặt phẳng  $(SBD)$ , kẻ  $d$  cắt  $SD$  tại  $E$ , suy ra  $E = SD \cap (\alpha)$ .

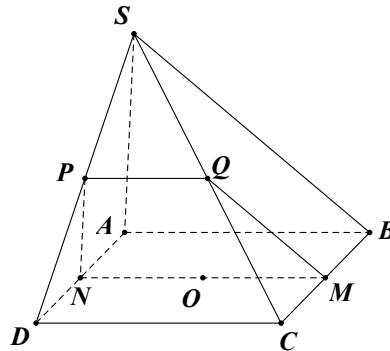
Ta có  $O$  là trung điểm của  $BD$  và  $OE \parallel SB$  suy ra  $OE$  là đường trung bình của  $\triangle DSB$ .

Vậy  $E$  là trung điểm của  $SD$ , suy ra  $SE = \frac{1}{2}SD$ .

**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ , biết  $AB = 6$ ,  $SA = SB = 4$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng đi qua  $O$  và song song với mặt phẳng  $(SAB)$ . Diện tích thiết diện của mặt phẳng  $(P)$  và hình chóp  $S.ABCD$  bằng?

- A.  $\frac{9\sqrt{7}}{2}$ .                      B.  $9\sqrt{7}$ .                      C.  $\frac{9\sqrt{7}}{4}$ .                      D.  $3\sqrt{7}$ .

**Lời giải**



Qua  $O$  kẻ đường thẳng song song với  $AB$  cắt  $BC$ ,  $AD$  lần lượt tại  $M$  và  $N$ .  
 Qua  $N$  kẻ đường thẳng song song với  $SA$  cắt  $SD$  tại  $P$ .  
 Qua  $M$  kẻ đường thẳng song song với  $SB$  cắt  $SC$  tại  $Q$ .  
 Khi đó mặt phẳng  $(P) \equiv (MNPQ)$  và thiết diện tạo bởi  $(P)$  và hình chóp là tứ giác  $MNPQ$ .  
 Vì  $M, N$  là trung điểm của  $BC$  và  $AD$  nên  $P, Q$  là trung điểm của  $SD$  và  $SC$   
 $\Rightarrow PQ \parallel MN \parallel CD$

Ta có:

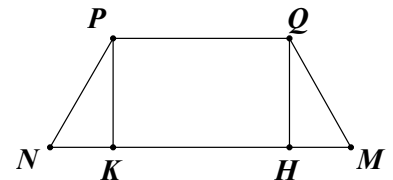
- $PQ$  là đường trung bình của tam giác  $SCD \Rightarrow PQ = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}AB = 3$ .
- $PN$  là đường trung bình của tam giác  $SAD \Rightarrow PN = \frac{1}{2}SA = 2$ .
- $QM$  là đường trung bình của tam giác  $SBC \Rightarrow QM = \frac{1}{2}SB = 2$ .

Do đó tứ giác  $MNPQ$  là hình thang cân.

Hạ  $PK$  và  $QH$  cùng vuông góc  $MN$ .

Ta có:

- $HM = \frac{1}{2}(MN - HK) = \frac{3}{2}$
- Xét tam giác vuông  $QHM$  có:  $QH = \sqrt{QM^2 - HM^2} = \sqrt{4 - \frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{7}}{2}$ .
- Diện tích hình thang  $MNPQ$  là:  $S = \frac{1}{2}(PQ + MN) \cdot QH = \frac{1}{2}(3 + 6) \cdot \frac{\sqrt{7}}{2} = \frac{9\sqrt{7}}{4}$ .



**Câu 34:** Thống kê số tiền mua sắm online của một số khách hàng nữ trong một khu chung cư, được bảng sau:

Số tiền mua sắm online (triệu đồng)	$[0,5;1,5)$	$[1,5;2,5)$	$[2,5;3,5)$	$[3,5;4,5)$	$[4,5;5,5)$
Số người	10	17	19	31	7

75% khách hàng nữ mua sắm với số tiền không vượt quá khoảng bao nhiêu triệu đồng?



A. 3,7 (triệu).

B. 4,05 (triệu).

C. 4,3 (triệu).

D. 3,8 (triệu).

**Lời giải**

Tổng số khách hàng là:  $10 + 17 + 19 + 31 + 7 = 84$  (người).

Gọi  $x_1; x_2; \dots; x_{84}$  lần lượt là số tiền mua hàng được xếp theo thứ tự không giảm. Ta có  $x_1; \dots; x_{10} \in [0, 5; 1, 5)$ ;  $x_{11}; \dots; x_{27} \in [1, 5; 2, 5)$ ;  $x_{28}; \dots; x_{46} \in [2, 5; 3, 5)$ ;  $x_{47}; \dots; x_{77} \in [3, 5; 4, 5)$ ;  $x_{78}; \dots; x_{84} \in [4, 5; 5, 5)$ . Do đó đối với dãy số liệu  $x_1; x_2; \dots; x_{84}$  thì

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu  $x_1; x_2; \dots; x_{84}$  là  $\frac{1}{2}(x_{42} + x_{43}) \in [2, 5; 3, 5)$ . Do đó

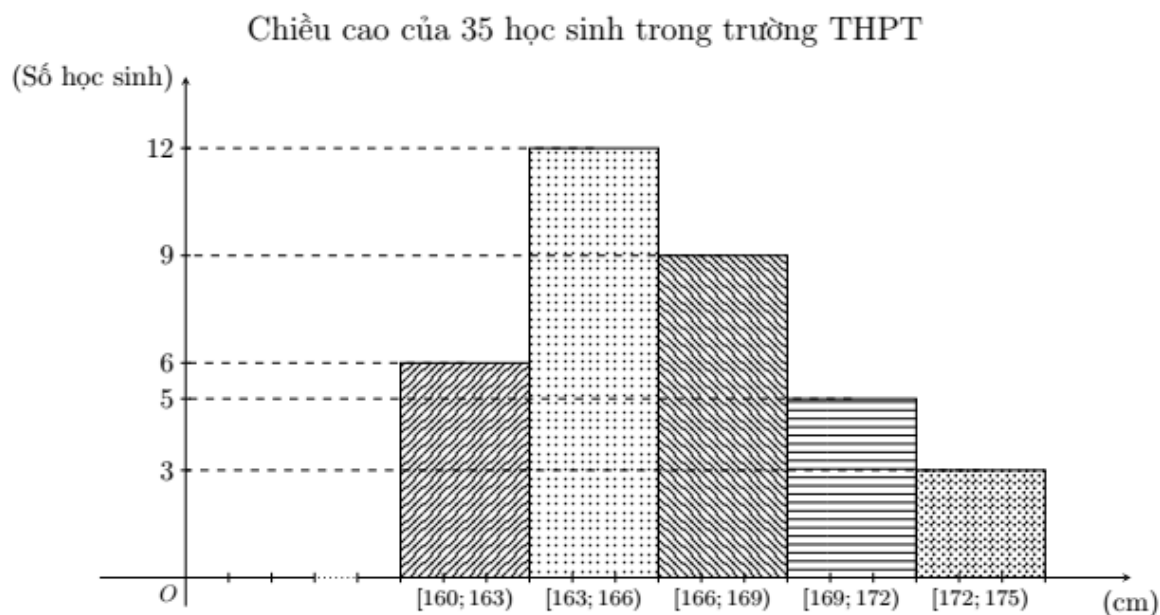
$$Q_2 = u_m + \frac{\frac{n}{2} - C}{n_m} \cdot (u_{m+1} - u_m) = 2,5 + \frac{\frac{84}{2} - 27}{19} \cdot 1,0 \approx 3,29.$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu là  $x_{64} \in [3, 5; 4, 5)$ . Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép

nhóm là:  $Q_3 = u_m + \frac{\frac{3n}{4} - C}{n_m} \cdot (u_{m+1} - u_m) = 3,5 + \frac{\frac{3 \cdot 84}{4} - 46}{31} \cdot 1,0 \approx 4,05.$

75% khách hàng nữ mua sắm với số tiền không vượt quá khoảng 4,05 triệu đồng.

**Câu 35:** Kết quả điều tra chiều cao của học sinh (đơn vị: cm) trong trường THPT được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây.



Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu? (Đáp án làm tròn đến hàng phần trăm).

A. 161,69.

B. 167,69.

C. 165,69.

D. 163,69.

**Lời giải**

Gọi  $x_1, x_2, \dots, x_{35}$  là cân nặng của các em học sinh trong trường THPT xếp theo thứ tự không giảm.

Do  $x_1, \dots, x_6 \in [160; 163)$ ;  $x_7, \dots, x_{18} \in [163; 166)$ ;  $x_{19}, \dots, x_{27} \in [166; 169)$ ;

$x_{28}, \dots, x_{32} \in [169; 172)$ ;  $x_{33}, x_{34}, x_{35} \in [172; 175)$  nên tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu

$x_1, x_2, \dots, x_{35}$  là  $x_9$  thuộc nhóm  $[163; 166)$ . Vậy tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 163 + \frac{35}{12} - 6 \approx 163,688.$$

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên biến đổi theo một hàm số thời gian là  $g(t) = 45t^2 - t^3$ . Tốc độ trung bình gia tăng người bệnh giữa hai thời điểm  $t_1, t_2$  là  $v_{tb} = \frac{g(t_2) - g(t_1)}{t_2 - t_1}$ . Tính

$$\lim_{t \rightarrow 10} \frac{g(t) - g(10)}{t - 10} \text{ và cho biết ý nghĩa của kết quả tìm được.}$$

### Lời giải

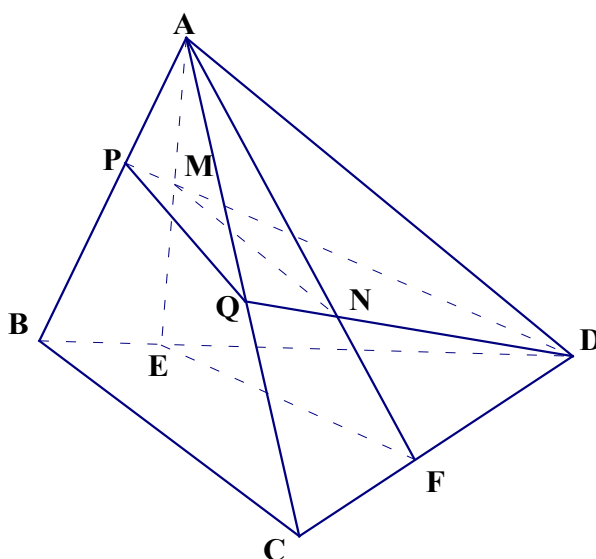
$$\text{Ta có } g(10) = 45 \cdot 10^2 - 10^3.$$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } \lim_{t \rightarrow 10} \frac{g(t) - g(10)}{t - 10} &= \lim_{t \rightarrow 10} \frac{45t^2 - t^3 - 45 \cdot 10^2 - 10^3}{t - 10} = \lim_{t \rightarrow 10} \frac{45(t^2 - 10^2) - (t^3 - 10^3)}{t - 10} \\ &= \lim_{t \rightarrow 10} \frac{45(t - 10)(t + 10) - (t - 10)(t^2 + 10t + 100)}{t - 10} = \lim_{t \rightarrow 10} [45(t + 10) - (t^2 + 10t + 100)] \\ &= \lim_{t \rightarrow 10} (-t^2 + 35t + 350) = 600. \end{aligned}$$

**Ý nghĩa:** Từ kết quả trên, ta thấy tốc độ tăng người bệnh ngay tại thời điểm  $t = 10$  ngày là 600 người/ngày.

**Câu 37:** Cho tứ diện  $ABCD$ ,  $M$  là một điểm bên trong tam giác  $ABD$ ,  $N$  là một điểm bên trong tam giác  $ACD$ . Tìm giao tuyến của  $(DMN)$  và  $(ABC)$

### Lời giải



Trong  $(ABD)$ , gọi  $P = DM \cap AB$

$$\bullet P \in DM \text{ mà } DM \subset (DMN) \Rightarrow P \in (DMN)$$

$$\bullet P \in AB \text{ mà } AB \subset (ABC) \Rightarrow P \in (ABC)$$

$\Rightarrow P$  là điểm chung của  $(DMN)$  và  $(ABC)$

Trong  $(ACD)$ , gọi  $Q = DN \cap AC$

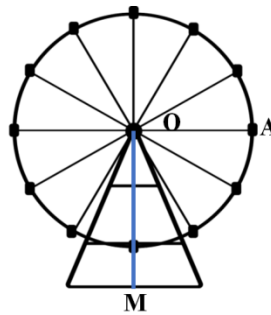
•  $Q \in DN$  mà  $DN \subset (DMN) \Rightarrow Q \in (DMN)$

•  $Q \in AC$  mà  $AC \subset (ABC) \Rightarrow Q \in (ABC)$

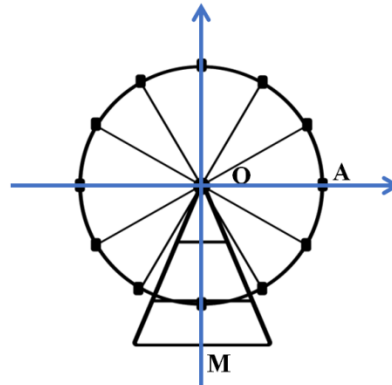
$\Rightarrow Q$  là điểm chung của  $(DMN)$  và  $(ABC)$

Vậy  $PQ$  là giao tuyến của  $(DMN)$  và  $(ABC)$

**Câu 38:** Một vòng quay quan sát quay ngược chiều kim đồng hồ quanh trục  $O$  của nó trên một mặt phẳng thẳng đứng vuông góc với mặt đất. Vòng quay có đường kính bánh xe là 20 m và có 12 khoang hành khách hình trụ được thiết kế ở những vị trí trên đường tròn bánh xe sao cho khoảng cách giữa hai khoang gần nhất luôn bằng nhau. Vị trí hành khách bước lên khoang hành khách cách mặt đất 5 m. Sau khi tất cả mọi người đã bước lên khoang hành khách, vị trí khoang hành khách của bạn A (như trong hình vẽ bên dưới). Hỏi vị trí khoang hành khách của bạn A sau khi vòng quay quay được  $5\frac{1}{6}$  vòng cách mặt đất bao nhiêu mét? Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.



**Lời giải**



Ta có:  $5\frac{1}{6}$  vòng tương ứng với góc quay  $\alpha = 5.2\pi + \frac{1}{6}.2\pi = 10\pi + \frac{\pi}{3}$ .

Chọn đường tròn lượng giác như hình vẽ trên.

Khi đó vị trí khoang hành khách của bạn A cách mặt đất là

$$\begin{aligned} d &= 15 + 10 \sin \alpha = 15 + 10 \sin \left( 10\pi + \frac{\pi}{3} \right) \\ &= 15 + 10 \sin \left( 10\pi + \frac{\pi}{3} \right) = 15 + 10 \sin \frac{\pi}{3} \approx 23,66025404 \end{aligned}$$

Kết quả làm tròn đến hàng phần mười là 23,7 m.

**Câu 39:** Công ty A kí hợp đồng với anh Bình để làm việc cho công ty trong 12 tháng với qui ước tháng đầu tiên anh Bình sẽ được nhận số tiền là  $X$  đồng. Sau đó mỗi tháng công ty sẽ tăng thêm cho anh Bình 250.000 đồng vào số lương của tháng trước. Đồng thời công ty này trả trước cho Bình

tổng số tiền lương 12 tháng làm việc là 196.500.000 đồng. Nhưng khi làm việc đến hết tháng thứ mười thì do bận việc nên anh Bình xin nghỉ việc. Hỏi anh Bình phải trả lại công ty bao nhiêu tiền nếu công ty vẫn đồng ý trả lương cho anh trong mười tháng làm việc theo thỏa thuận ban đầu?

### Lời giải

Ta thấy số tiền lương hàng tháng mà anh Bình nhận được từ công ty A lập thành một cấp số cộng  $(u_n)$ . Trong đó  $u_1 = X$  đồng là số tiền tháng lương đầu tiên mà anh Bình được nhận và công sai  $d = 250.000$  đồng.

Vì công ty này trả trước cho Bình tổng số tiền lương 12 tháng làm việc là 196.500.000 đồng

$$\text{nên } S_{12} = \frac{12[2u_1 + (12-1)d]}{2} \Rightarrow 196.500.000 = \frac{12(2u_1 + 11 \times 250.000)}{2} \Rightarrow u_1 = 15.000.000 \text{ đồng.}$$

Tổng số tiền theo thỏa thuận mà anh Bình nhận được trong 10 tháng là:

$$S_{10} = \frac{10[2u_1 + (10-1)d]}{2} = \frac{10[2 \times 15.000.000 + 9 \times 250.000]}{2} = 161.250.000 \text{ đồng.}$$

Vậy số tiền anh Bình phải trả lại công ty là:  $196.500.000 - 161.250.000 = 35.250.000$  đồng.

----- HẾT -----

**ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI**  
**MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 02**

**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)**

- Câu 1:** Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm  $M\left(-\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)$  có góc lượng giác  $(OA; OM)$  có số đo  $\alpha + k2\pi$ . Khi đó, giá trị của  $\cot \alpha$  là giá trị nào trong các giá trị sau?
- A.  $\frac{3}{4}$ .                      B.  $-\frac{3}{4}$ .                      C.  $-\frac{4}{3}$ .                      D.  $\frac{4}{3}$ .
- Câu 2:** Có bao nhiêu hàm số chẵn trong các hàm số sau:  $y = \sin|x|$ ,  $y = \cos 3x$ ,  $y = \tan 2x$  và  $y = \cot x$ ?
- A. 1.                              B. 2.                              C. 3.                              D. 4.
- Câu 3:** Tập nghiệm của phương trình  $\cos 3x = -\sin \frac{2\pi}{3}$  là
- A.  $\left\{\pm \frac{5\pi}{16} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .                      B.  $\left\{\pm \frac{2\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .
- C.  $\left\{\pm \frac{5\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .                      D.  $\left\{\pm \frac{5\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .
- Câu 4:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{10}{3^n}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. Dãy số tăng                      B. Dãy số giảm  
C. Dãy số không tăng, không giảm                      D. Dãy số vừa tăng vừa giảm
- Câu 5:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ , biết  $u_5 - u_1 = 20$ . Tìm công sai  $d$  của cấp số cộng.
- A. 5.                              B. 4.                              C. -4.                              D. -5.
- Câu 6:** Giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2 \cdot 5^{2n}}{2^{n+1} + 5^{n+5}}$  bằng
- A.  $-\infty$ .                              B.  $+\infty$ .                              C. 2.                              D.  $\frac{3}{2}$ .
- Câu 7:** Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2}{x^2} - \frac{3}{x^4} - 1\right)$  bằng
- A. -1.                              B. 2.                              C. 0.                              D. -3.
- Câu 8:** Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 3$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)]$ ?
- A. 5.                              B. -5.                              C. -1.                              D. 1.
- Câu 9:** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 4}$ . Khi đó, hàm số liên tục trên khoảng nào dưới đây?
- A.  $(-3; 2)$ .                              B.  $(-\infty; 3)$ .                              C.  $(-5; 3)$ .                              D.  $(-1; +\infty)$ .
- Câu 10:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} & \text{khi } x > 1 \\ ax + 1 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$ . Xác định số thực  $a$  để hàm số liên tục tại điểm  $x = 1$ .
- A.  $a = -1$ .                              B.  $a = 1$ .                              C.  $a = 3$ .                              D.  $a = -3$ .
- Câu 11:** Hàm số nào trong các hàm số dưới đây không liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

A.  $y = |x|$ .

B.  $y = \frac{x}{x-1}$ .

C.  $y = \sin x$ .

D.  $y = \frac{x}{|x|+1}$ .

**Câu 12:** Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số mặt và số cạnh là

A. 6 mặt, 8 cạnh.

B. 6 mặt, 12 cạnh.

C. 6 mặt, 10 cạnh.

D. 5 mặt, 10 cạnh.

**Câu 13:** Trong không gian, cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$  chéo nhau. Một đường thẳng  $c$  song song với  $a$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $b$  và  $c$  chéo nhau.

B.  $b$  và  $c$  cắt nhau.

C.  $b$  và  $c$  chéo nhau hoặc cắt nhau.

D.  $b$  và  $c$  song song với nhau.

**Câu 14:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $d$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $d$  qua  $S$  và song song với  $BC$ .

B.  $d$  qua  $S$  và song song với  $AD$ .

C.  $d$  qua  $S$  và song song với  $AB$ .

D.  $d$  qua  $S$  và song song với  $BD$ .

**Câu 15:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi. Gọi  $H, I, K$  lần lượt là trung điểm của  $SA, AB, CD$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A.  $HK // (SBC)$ .

B.  $HK // (SBD)$ .

C.  $HK // (SAC)$ .

D.  $HK // (SAD)$ .

**Câu 16:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là một hình bình hành. Gọi  $A', B', C', D'$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SA, SB, SC, SD$ . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A.  $A'C' // (SBD)$ .

B.  $(A'B'C') // (ABC)$ .

C.  $A'B' // (SAD)$ .

D.  $A'C' // BD$ .

**Câu 17:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Hình chiếu song song của cạnh  $AB$  lên mặt phẳng  $(A'B'C'D')$  theo phương  $OO'$  là

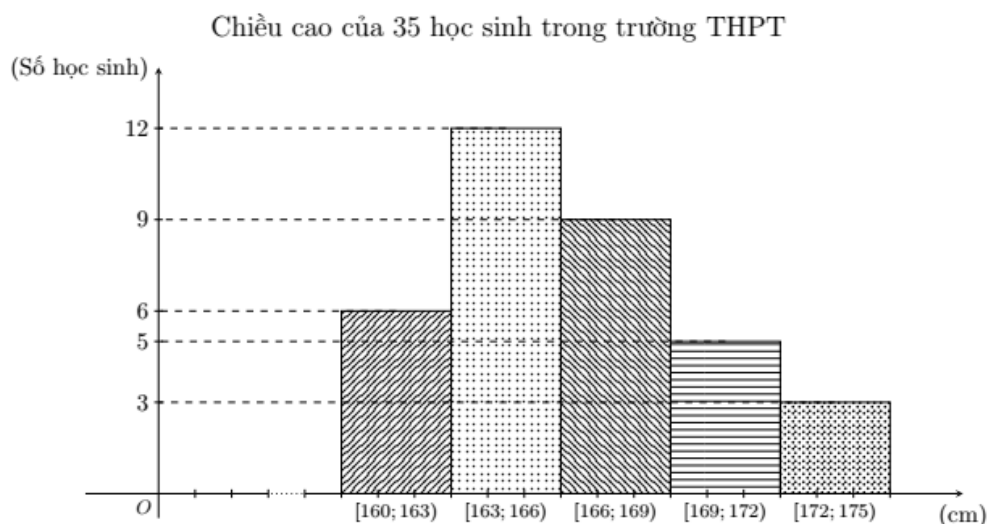
A.  $B'C'$ .

B.  $A'B'$ .

C.  $A'D'$ .

D.  $A'C'$ .

**Câu 18:** Kết quả điều tra chiều cao của học sinh trong trường THPT được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây.



Độ dài của mỗi nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu?

A. 4.

B. 15.

C. 36.

D. 3.

**Câu 19:** Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê chiều cao của 35 cây bạch đàn trong rừng, ta có bảng số liệu sau:

Khoảng chiều cao (m)	[6,5; 7,0)	[7,0; 7,5)	[7,5; 8,0)	[8,0; 8,5)
Số cây	6	15	11	3

Tính chiều cao trung bình của 35 cây bạch đàn trên.

- A. 7,407(m).      B. 4,707(m).      C. 7,704(m).      D. 7,5(m).

**Câu 20:** Để kiểm tra thời gian sử dụng pin của chiếc laptop mới, bạn An thống kê thời gian sử dụng laptop của mình từ lúc sạc đầy pin cho tới khi hết pin ở bảng sau

Thời gian sử dụng	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)
Số lần sạc	2	5	8	5	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số là giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. 9,3.      B. 10,3.      C. 10,2.      D. 9,2.

**Câu 21:** Đơn giản biểu thức  $D = \sin\left(\frac{5\pi}{2} - a\right) + \cos(13\pi + a) - 3\sin(a - 5\pi)$

- A.  $2\cos a + 3\sin a$ .      B.  $3\sin a - 2\cos a$ .      C.  $-3\sin a$ .      D.  $4\cos a - \sin a$ .

**Câu 22:** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 8\sin 2x - 5$ .

- A.  $\max y = 11$ ;  $\min y = -21$ .      B.  $\max y = 8$ ;  $\min y = -8$ .  
C.  $\max y = -4$ ;  $\min y = -6$ .      D.  $\max y = 3$ ;  $\min y = -13$ .

**Câu 23:** Cho dãy số  $(u_n)$ , với  $u_n = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}, \forall n = 2; 3; 4; \dots$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên và không bị chặn dưới.  
B. Dãy số  $(u_n)$  bị chặn dưới và không bị chặn trên.  
C. Dãy số  $(u_n)$  bị chặn.  
D. Dãy số  $(u_n)$  không bị chặn.

**Câu 24:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$ . Số  $\frac{9}{17}$  là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A. 6.      B. 7.      C. 8.      D. 9.

**Câu 25:** An tiết kiệm theo hình thức như sau: Ngày đầu tiên bỏ ống heo 1000 đồng. Trong các ngày tiếp theo, ngày sau bỏ ống nhiều hơn ngày trước 1000 đồng. Hỏi ngày thứ 89, An có bao nhiêu tiền?

- A. 4095000 đồng.      B. 89000 đồng.      C. 4005000 đồng.      D. 3960000 đồng.

**Câu 26:** Tính giới hạn  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n - n^3)(3n^2 + 1)}{(2n - 1)(n^4 - 7)}$ .

- A.  $L = -\frac{3}{2}$ .      B.  $L = 1$ .      C.  $L = 3$ .      D.  $L = +\infty$ .

**Câu 27:** Cho  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + an} - n) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ . Số thực  $a$  thuộc khoảng nào sau đây?

- A. (2;3).      B. (1;2).      C. (-1;0).      D. (0;1).

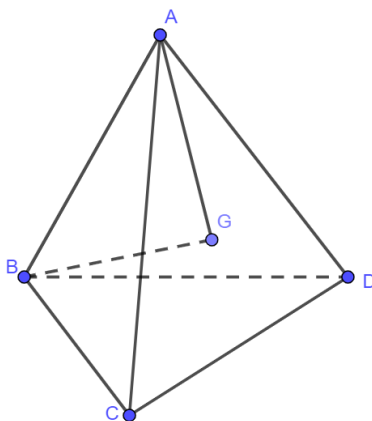
**Câu 28:** Với  $a, b$  là hai số thực dương, tính  $A = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{ax^2 + 3x - 2021}}{bx + 5}$ .

- A.  $A = \frac{\sqrt{a}}{b}$ .      B.  $A = -\frac{\sqrt{a}}{b}$ .      C.  $A = -\infty$ .      D.  $A = -\frac{\sqrt{a}}{5}$ .

**Câu 29:** Tìm  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{4x+1} - 3}$  là

- A.  $\frac{3}{2}$ .      B.  $-\frac{2}{3}$ .      C.  $-\frac{3}{2}$ .      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 30:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ACD$ . Giao điểm của đường thẳng  $CD$  và mặt phẳng  $(ABG)$  là



- A. điểm  $M$  là trung điểm của  $CD$ .      B. điểm  $C$ .  
C. điểm  $D$ .      D. điểm  $G$ .

**Câu 31:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trọng tâm  $\triangle ABC$  và  $\triangle ABD$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $IJ$  song song với  $CD$ .      B.  $IJ$  song song với  $AB$ .  
C.  $IJ$  chéo nhau với  $CD$ .      D.  $IJ$  cắt  $AB$ .

**Câu 32:** Cho đường thẳng  $a$  song song với mặt phẳng  $(P)$  và  $b$  là đường thẳng nằm trong  $(P)$ . Khi đó trường hợp nào sau đây không thể xảy ra?

- A.  $a$  song song  $b$ .      B.  $a$  cắt  $b$ .  
C.  $a$  và  $b$  chéo nhau.      D.  $a$  và  $b$  không có điểm chung.

**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành có tâm  $O$ , tam giác  $SAB$  cân tại  $S$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng qua  $O$  và song song với  $(SAB)$ . Thiết diện của  $(P)$  và hình chóp  $S.ABCD$  là

- A. Hình bình hành.      B. Tam giác cân.      C. Hình chữ nhật.      D. Hình thang cân.

**Câu 34:** Trong một hội thao, thời gian chạy 200 m của một nhóm các vận động viên được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian (giây)	$[21; 21,5)$	$[21,5; 22)$	$[22; 22,5)$	$[22,5; 23)$	$[23; 23,5)$
Số vận động viên	10	17	35	44	29

Tứ phân vị của bảng số liệu trên là:

- A.  $Q_1 \approx 22,1; Q_2 \approx 22,56; Q_3 \approx 22,95$ .      B.  $Q_1 \approx 22,17; Q_2 \approx 22,56; Q_3 \approx 23,06$ .  
C.  $Q_1 \approx 22,1; Q_2 \approx 22,62; Q_3 \approx 22,97$ .      D.  $Q_1 \approx 22,3; Q_2 \approx 22,56; Q_3 \approx 23,34$

**Câu 35:** Cho bảng mẫu số liệu ghép nhóm là chiều cao của học sinh lớp 5 tuổi như sau ( $x$  nguyên dương)

Nhóm chiều cao	Tần số
$[85; 90)$	1



$[90; 95)$	$x^2 + 5$
$[95; 100)$	$4x$
$[100; 105)$	$12$
$[105; 110)$	$3$
$[110; 115)$	$2$

Tìm giá trị  $x$ , biết một của bảng ghép lớp trên phân bố  $[90; 95)$  là  $\frac{283}{3}$ ?

- A. 3.                      B. 4.                      C. 5.                      D. 6.

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

- Câu 36:** Giả sử khoảng cách từ đỉnh của vách đá đến mặt đất là  $96ft$ . Một hòn đá rơi từ đỉnh của một vách đá xuống đất, sau khoảng thời gian  $t$  giây, khoảng cách của nó so với đỉnh của vách đá là  $s(t) = 16t^2$ . Tại thời điểm hòn đá chạm xuống đất vận tốc của hòn đá xấp xỉ bằng
- Câu 37:** Cho bốn điểm  $A, B, C, D$  không cùng thuộc một mặt phẳng. Trên các đoạn thẳng  $AB, AC, BD$  lần lượt lấy các điểm  $M, N, P$  sao cho  $MN$  không song song với  $BC$ . Tìm giao tuyến của  $(BCD)$  và  $(MNP)$ .
- Câu 38:** Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A trong ngày thứ  $t$  của năm 2023 được cho bởi một hàm số  $y = 4 \sin\left[\frac{\pi}{178}(t - 60)\right] + 10$  với  $t \in \mathbb{Z}$  và  $1 \leq t \leq 365$ . Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất?
- Câu 39:** Công ty A muốn thuê hai mảnh đất để làm 2 nhà kho, một mảnh trong vòng 10 năm và 1 mảnh trong vòng 15 năm ở hai chỗ khác nhau. Công ty bất động sản C, công ty bất động sản B đều muốn cho thuê. Hai công ty đưa ra phương án cho thuê như sau
- Công ty C: Năm đầu tiên tiền thuê đất là 60 triệu và kể từ năm thứ hai trở đi mỗi năm tăng thêm 3 triệu đồng.
- Công ty B: Trả tiền theo quý, quý đầu tiên là 8 triệu đồng và từ quý thứ hai trở đi mỗi quý tăng thêm 500000 đồng.
- Hỏi công ty A nên lựa chọn thuê đất của công ty bất động sản nào để chi phí là thấp nhất biết rằng các mảnh đất cho thuê về diện tích, độ tiện lợi đều như nhau?

----- HẾT -----

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

### I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm  $M\left(-\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)$  có góc lượng giác  $(OA; OM)$  có số đo  $\alpha + k2\pi$ . Khi đó, giá trị của  $\cot \alpha$  là giá trị nào trong các giá trị sau?

- A.  $\frac{3}{4}$ .                      B.  $-\frac{3}{4}$ .                      C.  $-\frac{4}{3}$ .                      D.  $\frac{4}{3}$ .

**Lời giải**

Ngân Điểm  $M\left(-\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)$  có góc lượng giác  $(OA; OM)$  có số đo  $\alpha + k2\pi$ . Khi đó, giá trị của

$$\cot \alpha = \frac{x_M}{y_M} = -\frac{3}{5} : \frac{4}{5} = -\frac{3}{4}$$

**Câu 2:** Có bao nhiêu hàm số chẵn trong các hàm số sau:  $y = \sin|x|$ ,  $y = \cos 3x$ ,  $y = \tan 2x$  và  $y = \cot x$ ?

- A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 4.

**Lời giải**

Vì hàm số  $y = \sin|x|$  có tập xác định  $D = \mathbb{R}$  và  $\sin|-x| = \sin|x|$  nên  $y = \sin|x|$  là hàm số chẵn.

Vì hàm số  $y = \cos 3x$  có tập xác định  $D = \mathbb{R}$  và  $\cos(3(-x)) = \cos(-3x) = \cos 3x$  nên  $y = \cos 3x$  là hàm số chẵn.

**Câu 3:** Tập nghiệm của phương trình  $\cos 3x = -\sin \frac{2\pi}{3}$  là

- A.  $\left\{ \pm \frac{5\pi}{16} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .                      B.  $\left\{ \pm \frac{2\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .  
C.  $\left\{ \pm \frac{5\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .                      D.  $\left\{ \pm \frac{5\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Lời giải**

$$\cos 3x = -\sin \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow \cos 3x = \cos \frac{5\pi}{6}$$

$$\Leftrightarrow 3x = \pm \frac{5\pi}{6} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{5\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$$

**Câu 4:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{10}{3^n}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng                      B. Dãy số giảm  
C. Dãy số không tăng, không giảm                      D. Dãy số vừa tăng vừa giảm

**Lời giải**

$$\text{Ta có } u_{n+1} - u_n = \frac{10}{3^{n+1}} - \frac{10}{3^n} = \frac{10}{3.3^n} - \frac{10}{3^n} = \frac{-20}{3.3^n} < 0$$

$$\text{Vậy } u_{n+1} - u_n < 0 \Leftrightarrow u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

**Câu 5:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ , biết  $u_5 - u_1 = 20$ . Tìm công sai  $d$  của cấp số cộng.

- A. 5.                      B. 4.                      C. -4.                      D. -5.

**Lời giải**

Có  $u_5 - u_1 = 20 \Leftrightarrow u_1 + 4d - u_1 = 20 \Leftrightarrow 4d = 20 \Leftrightarrow d = 5$ .

**Câu 6:** Giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2 \cdot 5^{2n}}{2^{n+1} + 5^{n+5}}$  bằng

**A.**  $-\infty$ .

**B.**  $+\infty$ .

**C.** 2.

**D.**  $\frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2 \cdot 5^{2n}}{2^{n+1} + 5^{n+5}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2 \cdot 25^n}{2 \cdot 2^n + 5^5 \cdot 5^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{3}{5}\right)^n - 2 \cdot 5^n}{2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^n + 5^5} = -\infty.$$

**Câu 7:** Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2}{x^2} - \frac{3}{x^4} - 1\right)$  bằng

**A.** -1.

**B.** 2.

**C.** 0.

**D.** -3.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2}{x^2} - \frac{3}{x^4} - 1\right) = -1$$

**Câu 8:** Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 3$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)]$ ?

**A.** 5.

**B.** -5.

**C.** -1.

**D.** 1.

**Lời giải**

$$\text{Có } \lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2 + 3 = 5.$$

**Câu 9:** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 4}$ . Khi đó, hàm số liên tục trên khoảng nào dưới đây?

**A.**  $(-3; 2)$ .

**B.**  $(-\infty; 3)$ .

**C.**  $(-5; 3)$ .

**D.**  $(-1; +\infty)$ .

**Lời giải**

$$\text{Hàm số xác định khi và chỉ khi } x^2 + 5x + 4 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq -4 \end{cases}.$$

Tập xác định của hàm số là  $D = (-\infty; -4) \cup (-4; -1) \cup (-1; +\infty)$ .

Hàm số  $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 4}$  là hàm phân thức hữu tỉ, nên liên tục trên từng khoảng của tập xác định

$(-\infty; -4)$ ,  $(-4; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ . Vậy hàm số đã cho liên tục trên khoảng  $(-1; +\infty)$ .

**Câu 10:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} & \text{khi } x > 1 \\ ax + 1 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$ . Xác định số thực  $a$  để hàm số liên tục tại điểm

$x = 1$ .

**A.**  $a = -1$ .

**B.**  $a = 1$ .

**C.**  $a = 3$ .

**D.**  $a = -3$ .

**Lời giải**

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

Ta có  $f(1) = a + 1$

$$\text{và } \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (ax + 1) = a + 1; \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x - 3) = -2.$$

Hàm số đã cho liên tục tại  $x = 1 \Leftrightarrow f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \Leftrightarrow a + 1 = -2 \Leftrightarrow a = -3$ .

**Câu 11:** Hàm số nào trong các hàm số dưới đây không liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

A.  $y = |x|$ .

**B.**  $y = \frac{x}{x-1}$ .

C.  $y = \sin x$ .

D.  $y = \frac{x}{|x|+1}$ .

**Lời giải**

Tập xác định của hàm số  $y = \frac{x}{x-1}$  là  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

Hàm số liên tục trên từng khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$  nên hàm số không liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 12:** Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số mặt và số cạnh là

A. 6 mặt, 8 cạnh.

B. 6 mặt, 12 cạnh.

**C.** 6 mặt, 10 cạnh.

D. 5 mặt, 10 cạnh.

**Lời giải**

Hình chóp có đáy là ngũ giác có:

- 6 mặt gồm 5 mặt bên và 1 mặt đáy.
- 10 cạnh gồm 5 cạnh bên và 5 cạnh đáy.

**Câu 13:** Trong không gian, cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$  chéo nhau. Một đường thẳng  $c$  song song với  $a$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $b$  và  $c$  chéo nhau. B.  $b$  và  $c$  cắt nhau.

**C.**  $b$  và  $c$  chéo nhau hoặc cắt nhau.

D.  $b$  và  $c$  song song với nhau.

**Lời giải**

Phương án A sai vì  $b, c$  có thể cắt nhau.

Phương án B sai vì  $b, c$  có thể chéo nhau.

Phương án D sai vì nếu  $b$  và  $c$  song song thì  $a$  và  $b$  song song hoặc trùng nhau.

**Câu 14:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $d$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

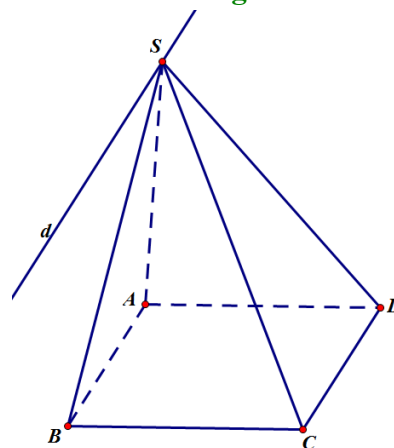
A.  $d$  qua  $S$  và song song với  $BC$ .

B.  $d$  qua  $S$  và song song với  $AD$ .

**C.**  $d$  qua  $S$  và song song với  $AB$ .

D.  $d$  qua  $S$  và song song với  $BD$ .

**Lời giải**



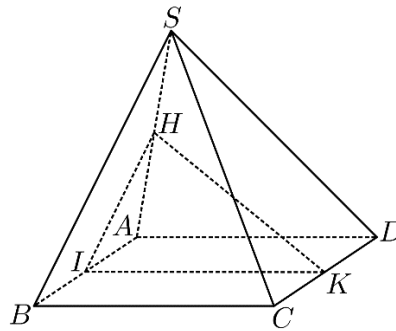
Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB // CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \end{array} \right\} \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = d \text{ với } d \text{ qua } S \text{ và song song với } AB \text{ và } CD.$$

**Câu 15:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi. Gọi  $H, I, K$  lần lượt là trung điểm của  $SA, AB, CD$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.**  $HK // (SBC)$ .      **B.**  $HK // (SBD)$ .      **C.**  $HK // (SAC)$ .      **D.**  $HK // (SAD)$ .

**Lời giải**



Ta có  $HI$  là đường trung bình của tam giác  $SAB$  nên  $HI // SB \subset (SBC) \Rightarrow HI // (SBC)$

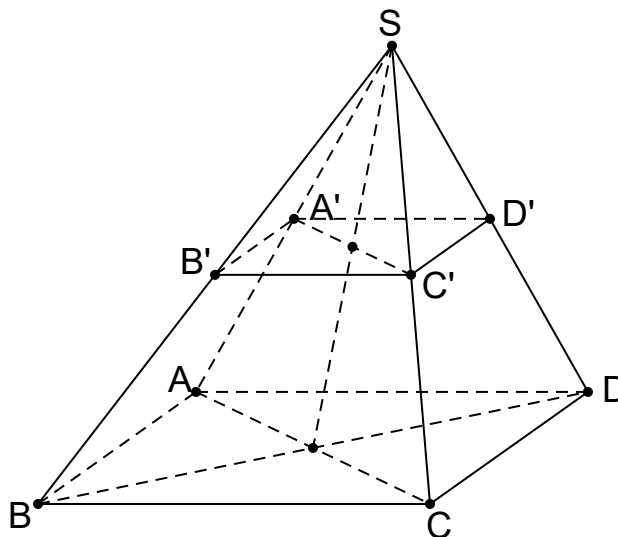
Lại có  $I, K$  lần lượt là trung điểm  $AB, CD$  nên  $IK // BC \subset (SBC) \Rightarrow IK // (SBC)$

Từ, ta có  $(HIK) // (SBC)$ , mà  $HK \subset (HIK)$  nên  $HK // (SBC)$ .

**Câu 16:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là một hình bình hành. Gọi  $A', B', C', D'$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SA, SB, SC, SD$ . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A.**  $A'C' // (SBD)$ .      **B.**  $(A'B'C') // (ABC)$ .  
**C.**  $A'B' // (SAD)$ .      **D.**  $A'C' // BD$ .

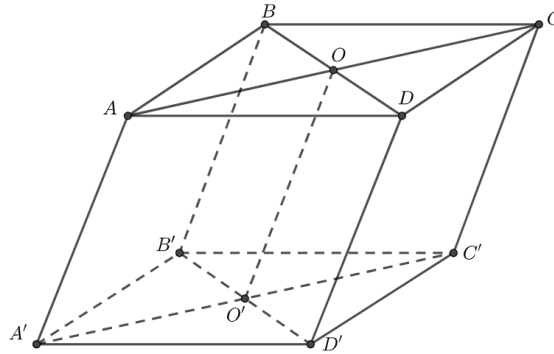
**Lời giải**



$$\text{Vì } \begin{cases} A'B' // AB \\ B'C' // BC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A'B' // (ABC) \\ B'C' // (ABC) \end{cases} \Rightarrow (A'B'C') // (ABC)..$$

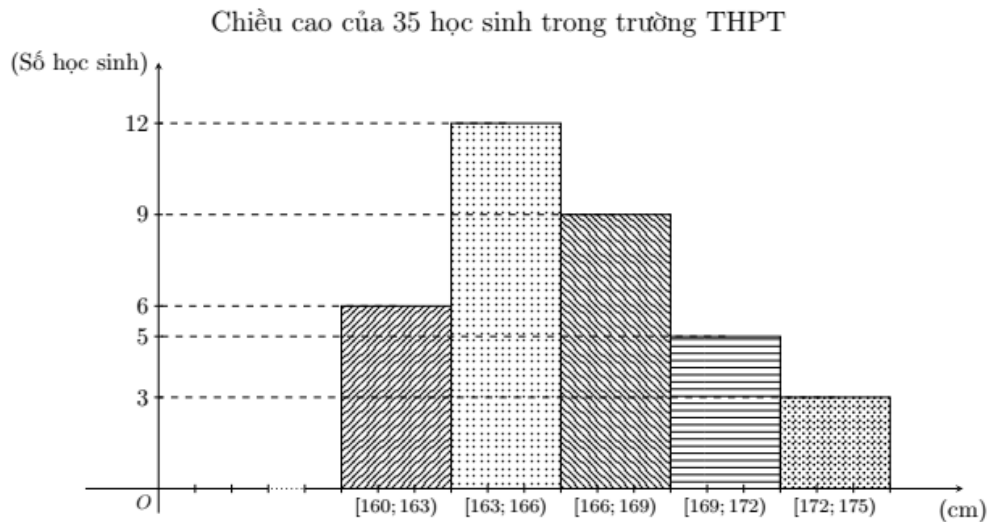
- Câu 17:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Hình chiếu song song của cạnh  $AB$  lên mặt phẳng  $(A'B'C'D')$  theo phương  $OO'$  là
- A.  $B'C'$ .                      B.  $A'B'$ .                      C.  $A'D'$ .                      D.  $A'C'$ .

**Lời giải**



Vì  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình hộp nên  $BB' \parallel AA' \parallel OO'$ . Vậy hình chiếu song song của  $AB$  lên mặt phẳng  $(A'B'C'D')$  theo phương  $OO'$  là  $A'B'$ .

- Câu 18:** Kết quả điều tra chiều cao của học sinh trong trường THPT được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây.



Độ dài của mỗi nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu?

- A. 4.                      B. 15.                      C. 36.                      D. 3.

**Lời giải**

Độ dài của mỗi nhóm trong mẫu số liệu là hiệu số giữa hai đầu mút, nên đáp số là  $163 - 160 = 3$ .

- Câu 19:** Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê chiều cao của 35 cây bạch đàn trong rừng, ta có bảng số liệu sau:

Khoảng chiều cao (m)	[6,5; 7,0)	[7,0; 7,5)	[7,5; 8,0)	[8,0; 8,5)
Số cây	6	15	11	3

Tính chiều cao trung bình của 35 cây bạch đàn trên.

- A. 7,407(m).                      B. 4,707(m).                      C. 7,704(m).                      D. 7,5(m).

**Lời giải**

Giá trị đại diện của mỗi nhóm số liệu là *trung bình cộng* của hai đầu mút.

Ta có bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện của mỗi nhóm:

Nhóm	[6,5; 7,0)	[7,0; 7,5)	[7,5; 8,0)	[8,0; 8,5)
Giá trị đại diện	6,75	7,25	7,75	8,25
Tần số	6	15	11	3

Chiều cao trung bình của 35 cây bạch đàn là:

$$\bar{x} = \frac{6 \cdot 6,75 + 15 \cdot 7,25 + 11 \cdot 7,75 + 3 \cdot 8,25}{35} = 7,407(m).$$

**Câu 20:** Để kiểm tra thời gian sử dụng pin của chiếc laptop mới, bạn An thống kê thời gian sử dụng laptop của mình từ lúc sạc đầy pin cho tới khi hết pin ở bảng sau

Thời gian sử dụng	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)
Số lần sạc	2	5	8	5	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số là giá trị nào trong các giá trị sau?

- A.** 9,3.      **B.** 10,3.      **C.** 10,2.      **D.** 9,2.

**Lời giải**

Gọi  $x_1, x_2, \dots, x_{21}$  là thời gian sử dụng được xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu  $x_1, x_2, \dots, x_{21}$  là  $\frac{1}{2}(x_5 + x_6) \in [8;10)$ . Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$Q_1 = 8 + \frac{1 \cdot 21}{5} - 2 \cdot (10 - 8) = 9,3.$$

**Câu 21:** Đơn giản biểu thức  $D = \sin\left(\frac{5\pi}{2} - a\right) + \cos(13\pi + a) - 3\sin(a - 5\pi)$

- A.**  $2\cos a + 3\sin a$ .      **B.**  $3\sin a - 2\cos a$ .      **C.**  $-3\sin a$ .      **D.**  $4\cos a - \sin a$ .

**Lời giải**

$$D = \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{2} - a\right) + \cos(12\pi + \pi + a) - 3\sin(a + \pi - 6\pi)$$

$$D = \sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) + \cos(\pi + a) - 3\sin(a + \pi)$$

$$D = \cos a - \sin a + 3\cos a$$

$$D = 4\cos a - \sin a$$

**Câu 22:** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 8\sin 2x - 5$ .

- A.**  $\max y = 11$ ;  $\min y = -21$ .      **B.**  $\max y = 8$ ;  $\min y = -8$ .  
**C.**  $\max y = -4$ ;  $\min y = -6$ .      **D.**  $\max y = 3$ ;  $\min y = -13$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } -1 \leq \sin 2x \leq 1 \Leftrightarrow -8 \leq 8\sin 2x \leq 8 \Leftrightarrow -13 \leq 8\sin 2x - 5 \leq 3$$

$$\text{Vậy } \max y = 3; \min y = -13$$

**Câu 23:** Cho dãy số  $(u_n)$ , với  $u_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}, \forall n = 2; 3; 4; \dots$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên và không bị chặn dưới.  
**B.** Dãy số  $(u_n)$  bị chặn dưới và không bị chặn trên.  
**C.** Dãy số  $(u_n)$  bị chặn.

D. Dãy số  $(u_n)$  không bị chặn.

**Lời giải**

Ta có  $u_n > 0 \Rightarrow (u_n)$  bị chặn dưới bởi 0.

Mặt khác  $\frac{1}{k^2} < \frac{1}{(k-1)k} = \frac{1}{k-1} - \frac{1}{k}$  ( $k \in \mathbb{N}^*, k \geq 2$ ) nên suy ra:

$$\begin{aligned} u_n &< \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{(n-1)n} \\ &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} = 1 - \frac{1}{n} < 1. \end{aligned}$$

Nên dãy  $(u_n)$  bị chặn trên, do đó dãy  $(u_n)$  bị chặn.

**Câu 24:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$ . Số  $\frac{9}{17}$  là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A. 6.                      B. 7.                      **C. 8.**                      D. 9.

**Lời giải**

Ta có  $u_n = \frac{9}{17} \Leftrightarrow \frac{n+1}{2n+1} = \frac{9}{17}$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ )  $\Leftrightarrow 17n+17 = 18n+9 \Leftrightarrow n = 8$

**Câu 25:** An tiết kiệm theo hình thức như sau: Ngày đầu tiên bỏ ống heo 1000 đồng. Trong các ngày tiếp theo, ngày sau bỏ ống nhiều hơn ngày trước 1000 đồng. Hỏi ngày thứ 89, An có bao nhiêu tiền?

- A. 4095000 đồng.      B. 89000 đồng.      **C. 4005000 đồng.**      D. 3960000 đồng.

**Lời giải**

\* Số tiền bỏ heo của An mỗi ngày tạo thành một cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = 1000$  công sai  $d = 1000$ .

\* Tổng số tiền bỏ heo tính đến ngày thứ n là:

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$$

\* Ngày thứ 89, tổng số tiền bỏ heo là:

$$S_{89} = \frac{89[2.1000 + (89-1).1000]}{2} = 45.89.1000 = 4005000 \text{ đồng.}$$

**Câu 26:** Tính giới hạn

- A.**  $L = -\frac{3}{2}$ .                      B.  $L = 1$ .                      C.  $L = 3$ .                      D.  $L = +\infty$ .

**Lời giải**

Ta có

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n - n^3)(3n^2 + 1)}{(2n - 1)(n^4 - 7)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left( \frac{2}{n^2} - 1 \right) \cdot n^2 \left( 3 + \frac{1}{n^2} \right)}{n \left( 2 - \frac{1}{n} \right) \cdot n^4 \left( 1 - \frac{7}{n^4} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left( \frac{2}{n^2} - 1 \right) \left( 3 + \frac{1}{n^2} \right)}{\left( 2 - \frac{1}{n} \right) \left( 1 - \frac{7}{n^4} \right)} = \frac{-1.3}{2.1} = -\frac{3}{2}.$$



**Giải nhanh:**  $\frac{(2n-n^3)(3n^2+1)}{(2n-1)(n^4-7)} \sim \frac{-n^3 \cdot 3n^2}{2n \cdot n^4} = -\frac{3}{2}$ .

**Câu 27:** Cho  $\lim(\sqrt{n^2+an}-n) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ . Số thực  $a$  thuộc khoảng nào sau đây?

- A.** (2;3).                      **B.** (1;2).                      **C.** (-1;0).                      **D.** (0;1).

**Lời giải**

Ta có  $\lim(\sqrt{n^2+an}-n) = \lim \frac{an}{\sqrt{n^2+an}+n} = \lim \frac{a}{\sqrt{1+\frac{a}{n}}+1} = \frac{a}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a = \sqrt{2} \in (1;2)$ .

**Câu 28:** Với  $a, b$  là hai số thực dương, tính  $A = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{ax^2+3x-2021}}{bx+5}$ .

- A.**  $A = \frac{\sqrt{a}}{b}$ .                      **B.**  $A = -\frac{\sqrt{a}}{b}$ .                      **C.**  $A = -\infty$ .                      **D.**  $A = -\frac{\sqrt{a}}{5}$ .

**Lời giải**

Ta có:

$$A = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{ax^2+3x-2021}}{bx+5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| \sqrt{a + \frac{3}{x} - \frac{2021}{x^2}}}{x \left(b + \frac{5}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x \sqrt{a + \frac{3}{x} - \frac{2021}{x^2}}}{x \left(b + \frac{5}{x}\right)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{a + \frac{3}{x} - \frac{2021}{x^2}}}{b + \frac{5}{x}} = -\frac{\sqrt{a}}{b}$$

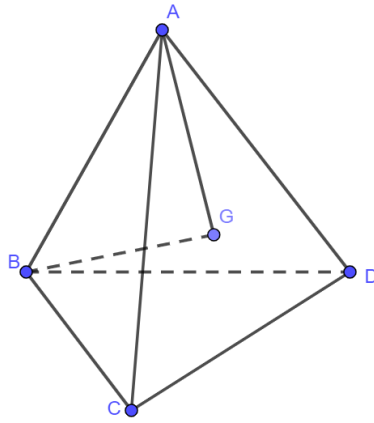
**Câu 29:** Tìm  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-5x+6}{\sqrt{4x+1}-3}$  là

- A.**  $\frac{3}{2}$ .                      **B.**  $-\frac{2}{3}$ .                      **C.**  $-\frac{3}{2}$ .                      **D.**  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

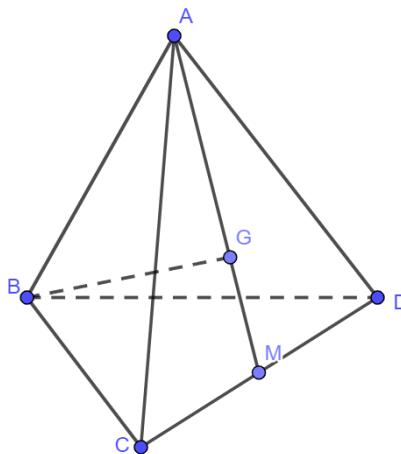
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-5x+6}{\sqrt{4x+1}-3} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-3)(\sqrt{4x+1}+3)}{4(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(\sqrt{4x+1}+3)}{4} = -\frac{3}{2}$$

**Câu 30:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ACD$ . Giao điểm của đường thẳng  $CD$  và mặt phẳng  $(ABG)$  là



- A. điểm  $M$  là trung điểm của  $CD$ .      B. điểm  $C$ .  
 C. điểm  $D$ .      D. điểm  $G$ .

**Lời giải**



Trong mặt phẳng  $(ACD)$ , gọi  $M$  là giao điểm của  $AG$  và  $CD$ .

Do  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ACD$  nên  $M$  là trung điểm của  $CD$ .

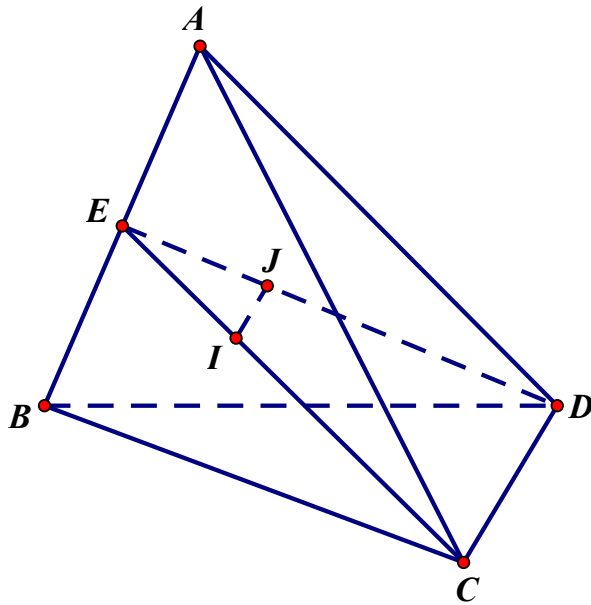
Ta có:

$$\begin{cases} M \in CD \\ M \in AG \subset (ABG) \end{cases} \Rightarrow (ABG) \cap CD = \{M\}.$$

**Câu 31:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trọng tâm  $\triangle ABC$  và  $\triangle ABD$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $IJ$  song song với  $CD$ .      B.  $IJ$  song song với  $AB$ .  
 C.  $IJ$  chéo nhau với  $CD$ .      D.  $IJ$  cắt  $AB$ .

**Lời giải**



Gọi  $E$  là trung điểm  $AB$ .

Vì  $I$  và  $J$  lần lượt là trọng tâm tam giác  $ABC$  và  $ABD$  nên:  $\frac{EI}{EC} = \frac{EJ}{ED} = \frac{1}{3}$

Suy ra:  $IJ \parallel CD$ .

**Câu 32:** Cho đường thẳng  $a$  song song với mặt phẳng  $(P)$  và  $b$  là đường thẳng nằm trong  $(P)$ . Khi đó trường hợp nào sau đây không thể xảy ra?

- A.  $a$  song song  $b$ .    **B.  $a$  cắt  $b$ .**  
 C.  $a$  và  $b$  chéo nhau.    D.  $a$  và  $b$  không có điểm chung.

**Lời giải**

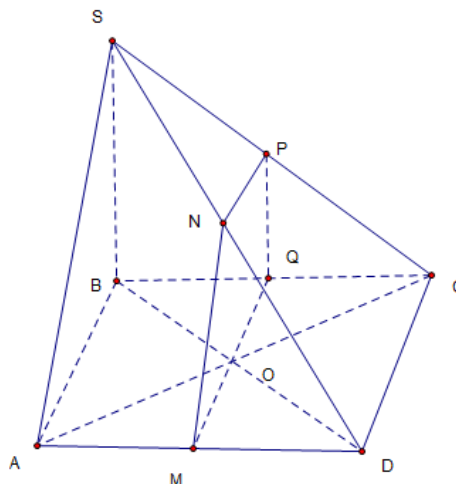
Vì  $a \parallel (P)$  nên  $a$  không điểm chung với mặt phẳng  $(P)$ .

Mà  $b \subset (P)$  nên  $a$  không điểm chung với  $b$  tức  $a$  không thể cắt  $b$ .

**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành có tâm  $O$ , tam giác  $SAB$  cân tại  $S$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng qua  $O$  và song song với  $(SAB)$ . Thiết diện của  $(P)$  và hình chóp  $S.ABCD$  là

- A. Hình bình hành.    B. Tam giác cân.    C. Hình chữ nhật.    **D. Hình thang cân.**

**Lời giải**



+ Xét hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(ABCD)$  có

$$\left\{ \begin{array}{l} O \text{ chung} \\ (P) \parallel (SAB) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \end{array} \right. \Rightarrow \text{giao tuyến của } (P) \text{ và } (ABCD) \text{ là đường thẳng qua } O \text{ song song}$$

với  $AB$  cắt  $AD, BC$  lần lượt tại  $M, Q$ .

Tương tự: giao tuyến của  $(P)$  và  $(SAD)$  là  $MN \parallel SA$ ;

giao tuyến của  $(P)$  và  $(SDC)$  là  $NP \parallel DC$ ;

giao tuyến của  $(P)$  và  $(SBC)$  là  $PQ \parallel SB$ .

Vậy thiết diện của hình chóp  $S.ABCD$  cắt bởi mặt phẳng  $(P)$  là tứ giác  $MNPQ$ .

+ Xét tứ giác  $MNPQ$  có:  $\begin{cases} MQ \parallel NP \\ MN = PQ \end{cases}$  nên  $MNPQ$  là hình thang cân.

**Câu 34:** Trong một hội thao, thời gian chạy 200 m của một nhóm các vận động viên được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian (giây)	[21; 21,5)	[21,5; 22)	[22; 22,5)	[22,5; 23)	[23; 23,5)
Số vận động viên	10	17	35	44	29

Tứ phân vị của bảng số liệu trên là:

- A.**  $Q_1 = 22,1; Q_2 = 22,56; Q_3 = 22,95$ .      **B.**  $Q_1 = 22,17; Q_2 = 22,56; Q_3 = 23,06$ .  
**C.**  $Q_1 = 22,1; Q_2 = 22,62; Q_3 = 22,97$ .      **D.**  $Q_1 = 22,3; Q_2 = 22,56; Q_3 = 23,34$

**Lời giải**

Tổng số vận động viên  $n = 10 + 17 + 35 + 44 + 29 = 135$ .

Gọi  $x_1; x_2; \dots; x_{135}$  lần lượt là thời gian chạy của 135 vận động viên được xếp theo thứ tự không giảm. Ta có  $x_1; x_2; \dots; x_{10} \in [21; 21,5)$ ;  $x_{11}; \dots; x_{27} \in [21,5; 22)$ ;  $x_{28}; \dots; x_{62} \in [22; 22,5)$ ;  $x_{63}; \dots; x_{105} \in [22,5; 23)$ ;  $x_{106}; \dots; x_{135} \in [23; 23,5)$ . Do đó đối với dãy số liệu  $x_1; x_2; \dots; x_{135}$  thì:

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu  $x_1; x_2; \dots; x_{135}$  là  $x_{68}$  thuộc nhóm  $[22,5; 23)$ . Do đó tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm chính là trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm, do đó:

$$Q_2 = u_m + \frac{\frac{n}{2} - C}{n_m} \cdot (u_{m+1} - u_m) = 22,5 + \frac{\frac{135}{2} - 62}{44} \cdot (23 - 22,5) = 22,56.$$

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu  $x_1; x_2; \dots; x_{135}$  là  $x_{34} \in [22; 22,5)$ . Do đó tứ phân vị thứ nhất

của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $Q_1 = u_m + \frac{\frac{n}{4} - C}{n_m} \cdot (u_{m+1} - u_m) = 22 + \frac{\frac{135}{4} - 27}{35} \cdot 0,5 = 22,1$ .

Tứ phân vị ba của dãy số liệu  $x_1; x_2; \dots; x_{135}$  là  $x_{102} \in [22,5; 23)$ . Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu

số liệu ghép nhóm là:  $Q_3 = u_m + \frac{\frac{3n}{4} - C}{n_m} \cdot (u_{m+1} - u_m) = 22,5 + \frac{\frac{3 \cdot 135}{4} - 62}{44} \cdot 0,5 = 22,95$ .

**Câu 35:** Cho bảng mẫu số liệu ghép nhóm là chiều cao của học sinh lớp 5 tuổi như sau ( $x$  nguyên dương)

Nhóm chiều cao	Tần số
----------------	--------

[85; 90)	1
[90; 95)	$x^2 + 5$
[95; 100)	$4x$
[100; 105)	12
[105; 110)	3
[110; 115)	2

Tìm giá trị  $x$ , biết một của bảng ghép lớp trên phân bố [90; 95) là  $\frac{283}{3}$ ?

**A. 3.**

**B. 4.**

**C. 5.**

**D. 6.**

**Lời giải**

Ta có, theo công thức tính một thì

$$\frac{283}{3} = 90 + \left( \frac{x^2 + 5 - 1}{2 \cdot (x^2 + 5) - 1 - 4x} \right) \cdot 5$$

$$\Leftrightarrow 11x^2 - 52x + 57 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{19}{11} \end{cases}$$

Do  $x$  nguyên dương nên suy ra  $x = 3$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** Giả sử khoảng cách từ đỉnh của vách đá đến mặt đất là 96ft. Một hòn đá rơi từ đỉnh của một vách đá xuống đất, sau khoảng thời gian  $t$  giây, khoảng cách của nó so với đỉnh của vách đá là  $s(t) = 16t^2$ . Tại thời điểm hòn đá chạm xuống đất vận tốc của hòn đá xấp xỉ bằng

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim_{v \rightarrow 15} f(v) = \lim_{v \rightarrow 15} \frac{430v}{0,5v^2 + 16,2v + 354} = \frac{430 \cdot 15}{0,5 \cdot 15^2 + 16,2 \cdot 15 + 354} \approx 9.$$

$$\text{Hòn đá sẽ chạm đất khi và chỉ khi } s(t) = 96 = 16t^2 \Leftrightarrow t^2 = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \sqrt{6} \text{ (tm)} \\ t = -\sqrt{6} \text{ (l)} \end{cases}$$

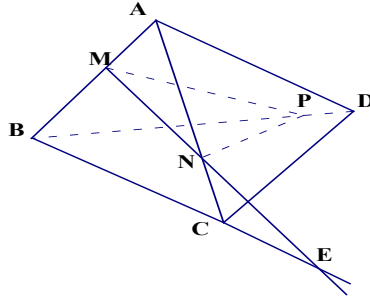
Vậy hòn đá sẽ chạm đất tại thời điểm  $t = \sqrt{6} \approx 2,4495$  (s)

Tại thời điểm hòn đá chạm xuống đất vận tốc của hòn đá là

$$\lim_{t \rightarrow \sqrt{6}} \frac{s(t) - s(\sqrt{6})}{t - \sqrt{6}} = \lim_{t \rightarrow \sqrt{6}} \frac{16t^2 - 16 \cdot \sqrt{6}^2}{t - \sqrt{6}} = \lim_{t \rightarrow \sqrt{6}} 16(t + \sqrt{6}) = 32 \cdot \sqrt{6} \approx 78,4.$$

**Câu 37:** Cho bốn điểm  $A, B, C, D$  không cùng thuộc một mặt phẳng. Trên các đoạn thẳng  $AB, AC, BD$  lần lượt lấy các điểm  $M, N, P$  sao cho  $MN$  không song song với  $BC$ . Tìm giao tuyến của  $(BCD)$  và  $(MNP)$ .

**Lời giải**



- $P \in BD$  mà  $BD \subset (BCD) \Rightarrow P \in (BCD)$
  - $P \in (BCD)$
- $\Rightarrow P$  là điểm chung của  $(BCD)$  và  $(MNP)$

Trong mp  $(ABC)$ , gọi  $E = MN \cap BC$

- $E \in BC$  mà  $BC \subset (BCD) \Rightarrow E \in (BCD)$
  - $E \in MN$  mà  $MN \subset (MNP) \Rightarrow E \in (MNP)$
- $\Rightarrow E$  là điểm chung của  $(BCD)$  và  $(MNP)$

Vậy  $PE$  là giao tuyến của  $(BCD)$  và  $(MNP)$ .

**Câu 38:** Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A trong ngày thứ  $t$  của năm 2023 được cho bởi một hàm số  $y = 4 \sin \left[ \frac{\pi}{178}(t-60) \right] + 10$  với  $t \in \mathbb{Z}$  và  $1 \leq t \leq 365$ . Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

**Lời giải**

$$\text{Vì } \sin \left[ \frac{\pi}{178}(t-60) \right] \leq 1 \Rightarrow y = 4 \sin \left[ \frac{\pi}{178}(t-60) \right] + 10 \leq 14.$$

$$\text{Ngày có ánh sáng mặt trời nhiều nhất} \Leftrightarrow y = 14 \Leftrightarrow \sin \left[ \frac{\pi}{178}(t-60) \right] = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{178}(t-60) = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow t = 149 + 356k.$$

$$\text{Do } 0 < t \leq 365 \Rightarrow 0 < 149 + 356k \leq 365 \Leftrightarrow -\frac{149}{356} < k \leq \frac{54}{89} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 0.$$

Với  $k = 0 \Rightarrow t = 149$  rơi vào ngày 29 tháng 5 (vì ta đã biết tháng 1 và 3 có 31 ngày, tháng 4 có 30 ngày, riêng đối với năm 2023 thì không phải năm nhuận nên tháng 2 có 28 ngày hoặc dựa vào dữ kiện  $1 \leq t \leq 365$  thì ta biết năm này tháng 2 chỉ có 28 ngày).

**Câu 39:** Công ty A muốn thuê hai mảnh đất để làm 2 nhà kho, một mảnh trong vòng 10 năm và 1 mảnh trong vòng 15 năm ở hai chỗ khác nhau. Công ty bất động sản C, công ty bất động sản B đều muốn cho thuê. Hai công ty đưa ra phương án cho thuê như sau

Công ty C: Năm đầu tiên tiền thuê đất là 60 triệu và kể từ năm thứ hai trở đi mỗi năm tăng thêm 3 triệu đồng.

Công ty B: Trả tiền theo quý, quý đầu tiên là 8 triệu đồng và từ quý thứ hai trở đi mỗi quý tăng thêm 500000 đồng.

Hỏi công ty A nên lựa chọn thuê đất của công ty bất động sản nào để chi phí là thấp nhất biết rằng các mảnh đất cho thuê về diện tích, độ tiện lợi đều như nhau?

**Lời giải**

Gọi  $B_n, C_n$  lần lượt là số tiền công ty A cần trả theo các tính của hai công ty B và C

Theo bài ra ta có :

$B_n$  là tổng  $n$  số hạng đầu tiên của một cấp số cộng với  $u_1 = 8$  triệu đồng  $d = 0,5$  triệu đồng.

$C_n$  là tổng  $n$  số hạng đầu tiên của một cấp số cộng với  $u_1 = 60$  triệu đồng  $d = 3$  triệu đồng.

Do đó : Nếu thuê đất của công ty B trong vòng 15 năm = 60 quý số tiền công ty A phải trả là

$$B_{60} = (2.8 + 59.0,5).30 = 1365 \text{ triệu đồng}$$

Nếu thuê đất của công ty C trong vòng 15 năm số tiền công ty A phải trả là

$$C_{15} = (2.60 + 14.3).7,5 = 1215 \text{ triệu đồng}$$

Vậy thuê mảnh đất trong vòng 15 năm của công ty C

Nếu thuê đất của công ty B trong vòng 10 năm = 40 quý số tiền công ty A phải trả là

$$B_{40} = (2.8 + 39.0,5).20 = 710 \text{ triệu đồng}$$

Nếu thuê đất của công ty C trong vòng 10 năm số tiền công ty A phải trả là

$$C_{10} = (2.60 + 9.3).4,5 = 661,5 \text{ triệu đồng}$$

Vậy thuê mảnh đất trong vòng 10 năm của công ty **C.**

----- **HẾT** -----

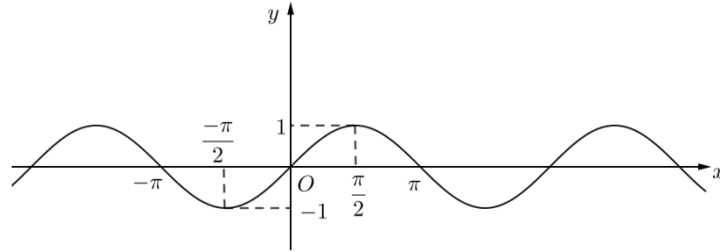
**ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI**  
**MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 03**

**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)**

**Câu 1:** Cho góc lượng giác  $(Ou, Ov)$  có số đo là  $-\frac{3\pi}{4}$ , góc lượng giác  $(Ou, Ow)$  có số đo là  $\frac{11\pi}{4}$ . Tìm số đo của góc lượng giác  $(Ov, Ow)$ .

- A.**  $k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ .      **B.**  $2\pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ . **C.**  $\frac{3\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ .      **D.**  $-\frac{3\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ .

**Câu 2:** Cho hàm số có đồ thị như sau:



Đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?

- A.**  $y = \sin x$ .      **B.**  $y = \cos x$ .      **C.**  $y = \tan x$ .      **D.**  $y = \cot x$ .

**Câu 3:** Nghiệm của phương trình  $\tan x = \tan \frac{\pi}{3}$  là

- A.**  $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$ .      **B.**  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ .      **C.**  $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$ .      **D.**  $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ .

**Câu 4:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \frac{2n+5}{5n-4}$ . Số  $\frac{7}{12}$  là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A.** 6.      **B.** 8.      **C.** 9.      **D.** 10.

**Câu 5:** Các số  $-1; \frac{1}{2}; -\frac{1}{2^2}; \frac{1}{2^3}; -\frac{1}{2^2}$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân với công bội là

- A.**  $q = -2$ .      **B.**  $q = \frac{1}{2}$ .      **C.**  $q = -\frac{1}{2}$ .      **D.**  $q = 2$ .

**Câu 6:** Cho dãy số  $(u_n)$  có  $\lim u_n = -3$ . Tính  $\lim(5 - u_n)$ .

- A.**  $\lim(5 - u_n) = 8$ .      **B.**  $\lim(5 - u_n) = 2$ .      **C.**  $\lim(5 - u_n) = -8$ .      **D.**  $\lim(5 - u_n) = -2$ .

**Câu 7:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x}$ .

- A.**  $-\frac{2}{5}$ .      **B.**  $+\infty$ .      **C.**  $\frac{2}{5}$ .      **D.**  $-\infty$ .

**Câu 8:** Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-3}{1-3x}$  bằng

- A.** 2.      **B.**  $\frac{2}{3}$ .      **C.**  $-\frac{2}{3}$ .      **D.** -0,6666.



**Câu 9:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} & \text{khi } x > 0 \\ mx+m+\frac{1}{4} & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$ ,  $m$  là tham số. Tìm giá trị của  $m$  để hàm số có

giới hạn tại  $x = 0$ .

- A.  $m = \frac{1}{2}$ .                      B.  $m = 1$ .                      C.  $m = 0$ .                      D.  $m = -\frac{1}{2}$ .

**Câu 10:** Hàm số  $y = -\frac{1}{x}$  gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

- A.  $x = 0$ .                      B.  $x = 1$ .                      C.  $x = -1$ .                      D.  $x = 2$ .

**Câu 11:** Hàm số nào dưới đây liên tục trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ?

- A.  $y = x + \frac{1}{x}$ .                      B.  $y = \sqrt{2-x}$ .                      C.  $y = \frac{2x+1}{x-7}$ .                      D.  $y = x+7$ .

**Câu 12:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $SD$ ,  $J$  là điểm trên cạnh  $SC$  và  $J$  không trùng với trung điểm  $SC$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $(AIJ)$  là:

- A.  $AK$  ( $K$  là giao điểm của  $IJ$  và  $BC$ ).                      B.  $AH$  ( $H$  là giao điểm của  $IJ$  và  $AB$ ).  
C.  $AG$  ( $G$  là giao điểm của  $IJ$  và  $AD$ ).                      D.  $AF$  ( $F$  là giao điểm của  $IJ$  và  $CD$ ).

**Câu 13:** Cho hai đường thẳng phân biệt  $a$  và  $b$  trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa  $a$  và  $b$ ?

- A. 3                      B. 1                      C. 2                      D. 4

**Câu 14:** Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trọng tâm của tam giác  $ABD$  và  $ABC$ . Đường thẳng  $IJ$  song song với đường nào?

- A.  $AB$ .                      B.  $CD$ .                      C.  $BC$ .                      D.  $AD$ .

**Câu 15:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AC$ . Mặt phẳng nào sau đây song song với đường thẳng  $MN$ ?

- A.  $(ACD)$ .                      B.  $(ABD)$ .                      C.  $(ABC)$ .                      D.  $(BCD)$ .

**Câu 16:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.  $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$ .                      B.  $(BDA') \parallel (D'B'C)$ .                      C.  $(BA'D') \parallel (ADC)$ .                      D.  $(ACD') \parallel (A'C'B)$ .

**Câu 17:** Hình bình hành có thể là hình biểu diễn của các hình nào dưới đây?

- A. Hình ngũ giác.                      B. Hình thang.                      C. Hình tam giác.                      D. Hình vuông.

**Câu 18:** Điểm kiểm tra giữa kỳ I của 1 lớp được cô giáo chủ nhiệm ghi lại theo bảng sau

<b>Điểm</b>	[4,5;5,5)	[5,5;6,5)	[6,5;7,5)	[7,5;8,5)	[8,5;9,5)
<b>Số học sinh</b>	3	7	9	15	6

Độ dài của nhóm [8,5;9,5) là

- A. 17.                      B. 18.                      C. 1.                      D. 8,5.

**Câu 19:** Tiền lãi trong 30 ngày được khảo sát ở một quầy bán báo:

Lớp tiền lãi	[29,5;40,5)	[40,5;51,5)	[51,5;62,5)	[62,5;73,5)	[73,5;84,5)	[84,5;95,5)	$N$
Tần số	3	5	7	6	5	4	30

Tính số trung bình của mẫu số liệu?

- A. 60,23.                      B. 61,25.                      C. 62,35.                      D. 63,23.

**Câu 20:** Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 25 cây dừa giống như sau:

Chiều cao (cm)	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)
Số cây	4	6	7	5	3

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A.  $M_o = \frac{70}{3}$ .      B.  $M_o = \frac{50}{3}$ .      C.  $M_o = \frac{70}{2}$ .      D.  $M_o = \frac{80}{3}$ .

**Câu 21:** Rút gọn biểu thức  $A = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x}$

A.  $A = \tan 6x$ .      B.  $A = \tan 3x$ .  
C.  $A = \tan 2x$ .      D.  $A = \tan x + \tan 2x + \tan 3x$ .

**Câu 22:** Tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{\frac{2023}{1 - \cos x}}$  là

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$       B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$   
C.  $D = \mathbb{R} \setminus \{2023 + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$       D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

**Câu 23:** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_n = 3u_{n-1} - 1, \forall n \geq 2 \end{cases}$ . Tìm số hạng  $u_4$ .

A.  $u_4 = -76$ .      B.  $u_4 = -77$ .      C.  $u_4 = -66$ .      D.  $u_4 = -67$ .

**Câu 24:** Năm 2022, một hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là 750.000.000 đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước. Theo dự định đó, năm 2027 hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu?

A. 675.000.000 đồng.      B. 664.382.000 đồng.      C. 677.941.000 đồng.      D. 691.776.000 đồng.

**Câu 25:** Ngày đầu tiên của vụ thu hoạch na, một vựa na thu hoạch được 50kg na. Mỗi ngày tiếp theo, khối lượng na thu hoạch được tăng gấp đôi so với ngày trước đó. Tổng khối lượng na mà vựa na thu hoạch được sau 7 ngày là

A. 3150kg.      B. 6350kg.      C. 4250kg.      D. 5150kg.

**Câu 26:** Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng 0?

A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + 2n^3}{2n^2 - 1}$ .      B.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3}{-2n^3 - 4}$ .      C.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - 3n^3}{-2n^2 - 1}$ .      D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3n^4}{-2n^4 + n^2}$ .

**Câu 27:** Cho  $a, b$  là các số thực thỏa mãn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2 + an + 2} - \sqrt{n^2 + bn + 1} \right) = 1$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $a + b = 2$ .      B.  $a - b = 2$ .      C.  $a + b = 1$ .      D.  $a - b = 1$ .

**Câu 28:** Biết  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{4x^2 - 3x + 1} - (ax + b) \right) = 0$ . Tính  $a + 4b$

A. 3.      B. 5.      C. -1.      D. 2.

**Câu 29:** Chọn kết quả đúng của  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left( \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3} \right)$

A. -1.      B.  $+\infty$ .      C. 0.      D.  $-\infty$ .

**Câu 30:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $CD$  và  $AB$ . Khẳng định nào dưới đây sai?

A.  $(ABM) \cap (ACD) = AM$ .      B.  $(ABM) \cap (DCN) = MN$ .

C.  $(AMN) \cap (ACD) = AB$ .

D.  $(ACD) \cap (BDC) = CD$ .

**Câu 31:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật. Gọi  $M, N$  theo thứ tự là trọng tâm  $\Delta SAB; \Delta SCD$ . Gọi  $I$  là giao điểm của các đường thẳng  $BM; CN$ . Khi đó tỉ số  $\frac{SI}{CD}$  bằng

A. 1

B.  $\frac{1}{2}$ .

C.  $\frac{2}{3}$

D.  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành.  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AD$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A.  $MN$  chéo  $SC$ .

B.  $MN \parallel (SBD)$ .

C.  $MN \parallel (ABCD)$ .

D.  $MN$  cắt  $CD$ .

**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Gọi  $M$  là điểm di động trên đoạn  $AB$ . Qua  $M$  vẽ mặt phẳng  $(\alpha)$  song song với  $(SBC)$ . Thiết diện tạo bởi  $(\alpha)$  và hình chóp  $S.ABCD$  là hình gì?

A. Hình tam giác.

B. Hình bình hành.

C. Hình vuông.

D. Hình thang.

**Câu 34:** Trong một hội thao, thời gian chạy 200 m của một nhóm các vận động viên được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian (giây)	[21; 21,5)	[21,5; 22)	[22; 22,5)	[22,5; 23)	[23; 23,5)
Số vận động viên	10	17	35	44	29

Huấn luyện viên cần chọn 25% số vận động viên có thành tích tốt nhất để huấn luyện nâng cao. Thành tích chạy không vượt quá bao nhiêu thì vận động viên đó được chọn?

A. 22,1.

B. 23,06.

C. 22,87.

D. 22,56

**Câu 35:** Cho bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê chiều cao của 40 mẫu cây ở một vườn thực vật (đơn vị: centimét). Một của mẫu số liệu ghép nhóm này có dạng  $\frac{a}{b}$ . Tính  $a + b^2$

Nhóm	Tần số
[30; 40)	4
[40; 50)	10
[50; 60)	14
[60; 70)	6
[70; 80)	4
[80; 90)	2
	n = 40

A. 179.

B. 169.

C. 168.

D. 180.

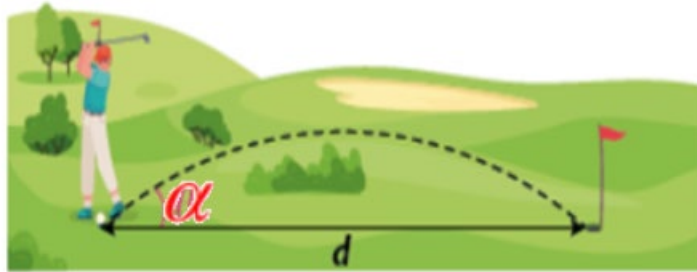
## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 16}{x - 2} = 12$ . Tính giới hạn

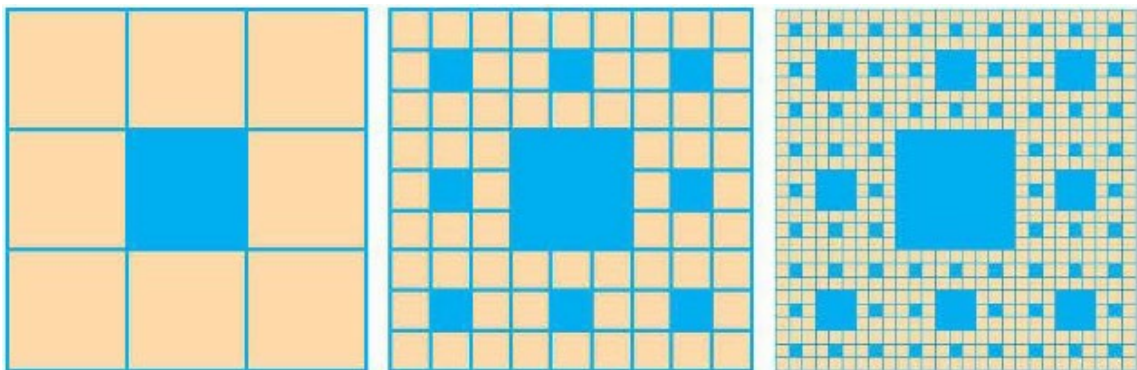
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2f(x) - 16} - 4}{x^2 + x - 6}$$

**Câu 37:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AC$  và  $BC$ . Trên cạnh  $BD$  lấy điểm  $K$  sao cho  $BK = 2KD$ . Gọi  $F$  là giao điểm của  $AD$  với mặt phẳng  $(IJK)$ . Tính tỉ số  $\frac{FA}{FD}$ .

**Câu 38:** Một quả bóng golf kể từ lúc được đánh đến lúc chạm đất đã di chuyển được một khoảng cách  $d(m)$  theo phương nằm ngang. Biết rằng  $d = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$  trong đó  $v_0(m/s)$  là vận tốc ban đầu của quả bóng,  $g(m/s^2)$  là gia tốc trọng trường và  $\alpha$  là góc đánh quả bóng so với phương nằm ngang. Tính khoảng cách  $d$  biết rằng  $v_0 = 15(m/s)$ ;  $g = 10(m/s^2)$  và  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$  với  $(0 \leq \alpha \leq 45^\circ)$ .



**Câu 39:** Một hình vuông màu vàng có cạnh 1 đơn vị dài được chia thành chín hình vuông nhỏ hơn và hình vuông ở chính giữa được tô màu xanh như hình bên dưới. Mỗi hình vuông màu vàng nhỏ hơn lại được chia thành chín hình vuông con, và mỗi hình vuông con ở chính giữa lại được tô màu xanh. Nếu quá trình này được tiếp tục lặp lại năm lần, thì tổng diện tích các hình vuông được tô màu xanh bao nhiêu?



----- HẾT -----

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

### I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Cho góc lượng giác  $(Ou, Ov)$  có số đo là  $-\frac{3\pi}{4}$ , góc lượng giác  $(Ou, Ow)$  có số đo là  $\frac{11\pi}{4}$ . Tìm số đo của góc lượng giác  $(Ov, Ow)$ .

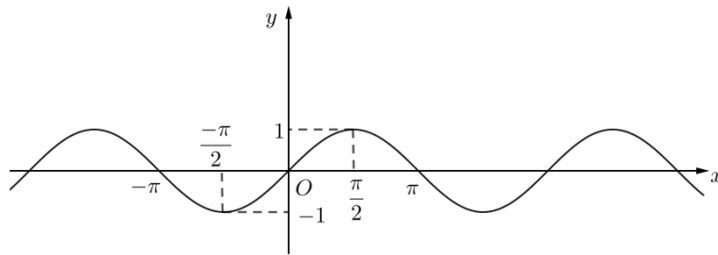
- A.**  $k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ .      **B.**  $2\pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ .      **C.**  $\frac{3\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ .      **D.**  $-\frac{3\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ .

**Lời giải**

Theo hệ thức Chasles, ta có:

$$(Ov, Ow) = (Ou, Ow) - (Ou, Ov) + k2\pi = \frac{11\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} + k2\pi = \frac{3\pi}{2} + 2\pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

**Câu 2:** Cho hàm số có đồ thị như sau:



Đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?

- A.**  $y = \sin x$ .      **B.**  $y = \cos x$ .      **C.**  $y = \tan x$ .      **D.**  $y = \cot x$ .

**Lời giải**

Vì  $\sin \frac{\pi}{2} = 1$ ;  $\sin \left( -\frac{\pi}{2} \right) = -1$  và  $\sin \pi = \sin(-\pi) = 0$  nên  $y = \sin x$ .

**Câu 3:** Nghiệm của phương trình  $\tan x = \tan \frac{\pi}{3}$  là

- A.**  $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$ .      **B.**  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ .      **C.**  $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$ .      **D.**  $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ .

**Lời giải**

+ Điều kiện:  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

$$\diamond \tan x = \tan \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

**Câu 4:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \frac{2n+5}{5n-4}$ . Số  $\frac{7}{12}$  là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A.** 6.      **B.** 8.      **C.** 9.      **D.** 10.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } u_n = \frac{7}{12} \Leftrightarrow \frac{2n+5}{5n-4} = \frac{7}{12} (n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow 24n + 60 = 35n - 28 \Leftrightarrow 11n = 88 \Leftrightarrow n = 8$$

**Câu 5:** Các số  $-1; \frac{1}{2}; -\frac{1}{2^2}; \frac{1}{2^3}; -\frac{1}{2^2}$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân với công bội là

- A.**  $q = -2$ .      **B.**  $q = \frac{1}{2}$ .      **C.**  $q = -\frac{1}{2}$ .      **D.**  $q = 2$ .

**Lời giải**

$$u_1 = -1; u_2 = \frac{1}{2}; q = \frac{u_2}{u_1} = -\frac{1}{2}.$$

**Câu 6:** Cho dãy số  $(u_n)$  có  $\lim u_n = -3$ . Tính  $\lim(5 - u_n)$ .

- A.**  $\lim(5 - u_n) = 8$ .      **B.**  $\lim(5 - u_n) = 2$ .      **C.**  $\lim(5 - u_n) = -8$ .      **D.**  $\lim(5 - u_n) = -2$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\lim(5 - u_n) = \lim 5 - \lim(u_n) = 5 - (-3) = 8$ .

**Câu 7:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x}$ .

- A.**  $-\frac{2}{5}$ .      **B.**  $+\infty$ .      **C.**  $\frac{2}{5}$ .      **D.**  $-\infty$ .

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-7)(x-5)}{-5(x-5)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-7}{-5} = \frac{2}{5}$ .

**Câu 8:** Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-3}{1-3x}$  bằng

- A.** 2.      **B.**  $\frac{2}{3}$ .      **C.**  $-\frac{2}{3}$ .      **D.** -0,6666.

**Lời giải**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-3}{1-3x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{3}{x}}{\frac{1}{x} - 3} = \frac{-2}{3}$ .

**Câu 9:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} & \text{khi } x > 0 \\ mx + m + \frac{1}{4} & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$ ,  $m$  là tham số. Tìm giá trị của  $m$  để hàm số có

giới hạn tại  $x = 0$ .

- A.**  $m = \frac{1}{2}$ .      **B.**  $m = 1$ .      **C.**  $m = 0$ .      **D.**  $m = -\frac{1}{2}$ .

**Lời giải:**

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x+4)-2^2}{x(\sqrt{x+4}+2)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x(\sqrt{x+4}+2)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x+4}+2} = \frac{1}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left( mx + m + \frac{1}{4} \right) = m + \frac{1}{4}$$

Hàm số đã cho có giới hạn tại  $x = 0$  khi và chỉ khi  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4} = m + \frac{1}{4} \Leftrightarrow m = 0.$$

**Câu 10:** Hàm số  $y = -\frac{1}{x}$  gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

- A.**  $x = 0$ .      **B.**  $x = 1$ .      **C.**  $x = -1$ .      **D.**  $x = 2$ .

**Lời giải**

Ta có: Tập xác định của hàm số  $y = -\frac{1}{x}$  là  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ . Suy ra hàm số gián đoạn tại điểm  $x = 0$

**Câu 11:** Hàm số nào dưới đây liên tục trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ?

- A.**  $y = x + \frac{1}{x}$ .      **B.**  $y = \sqrt{2-x}$ .      **C.**  $y = \frac{2x+1}{x-7}$ .      **D.**  $y = x + 7$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

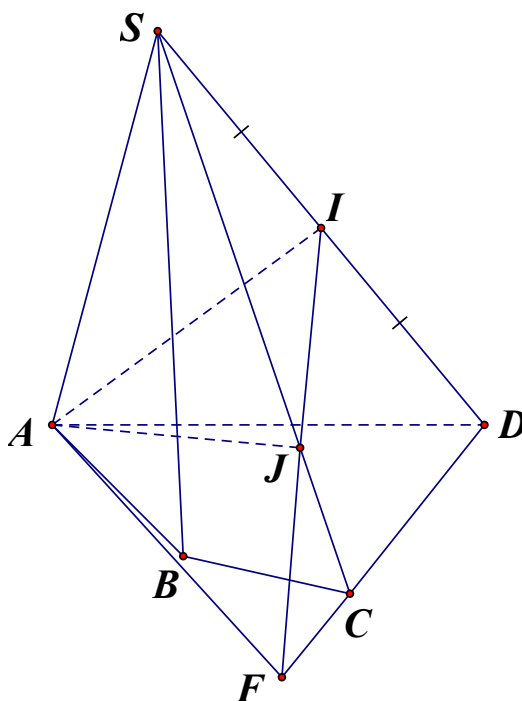
Hàm số đa thức liên tục trên toàn bộ tập số thực  $\mathbb{R}$ .

**Câu 12:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $SD$ ,  $J$  là điểm trên cạnh  $SC$  và  $J$  không trùng với trung điểm  $SC$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $(AIJ)$  là:

- A.**  $AK$  ( $K$  là giao điểm của  $IJ$  và  $BC$ ).      **B.**  $AH$  ( $H$  là giao điểm của  $IJ$  và  $AB$ ).  
**C.**  $AG$  ( $G$  là giao điểm của  $IJ$  và  $AD$ ).      **D.**  $AF$  ( $F$  là giao điểm của  $IJ$  và  $CD$ ).

**Lời giải**

Ta có  $(ABCD) \cap (AIJ) = (ABCD) \cap (AIF) = AF$ .



**Câu 13:** Cho hai đường thẳng phân biệt  $a$  và  $b$  trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa  $a$  và  $b$ ?

- A.** 3      **B.** 1      **C.** 2      **D.** 4

**Lời giải**

Hai đường thẳng phân biệt  $a$  và  $b$  trong không gian có những vị trí tương đối sau:

Hai đường thẳng phân biệt  $a$  và  $b$  cùng nằm trong một mặt phẳng thì chúng có thể song song hoặc cắt nhau

Hai đường thẳng phân biệt  $a$  và  $b$  không cùng nằm trong một mặt phẳng thì chúng chéo nhau

Vậy chúng có 3 vị trí tương đối là song song hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.

**Câu 14:** Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trọng tâm của tam giác  $ABD$  và  $ABC$ . Đường thẳng  $IJ$  song song với đường nào?

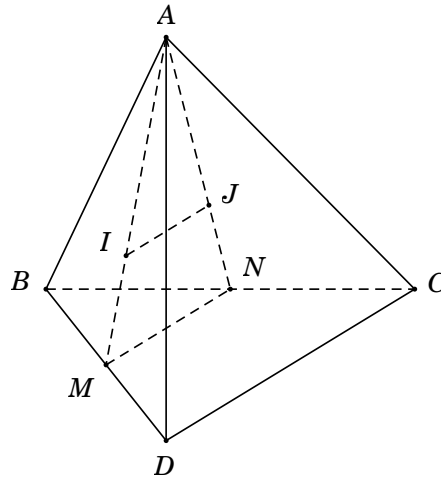
A.  $AB$ .

B.  $CD$ .

C.  $BC$ .

D.  $AD$ .

Lời giải



Gọi  $N, M$  lần lượt là trung điểm của  $BC, BD$ .

$\Rightarrow MN$  là đường trung bình của tam giác  $BCD \Rightarrow MN \parallel CD$  (1)

$J, I$  lần lượt là trọng tâm các tam giác  $ABC$  và  $ABD \Rightarrow \frac{AI}{AM} = \frac{AJ}{AN} = \frac{2}{3} \Rightarrow IJ \parallel MN$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra:  $IJ \parallel CD$ .

**Câu 15:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AC$ . Mặt phẳng nào sau đây song song với đường thẳng  $MN$ ?

A.  $(ACD)$ .

B.  $(ABD)$ .

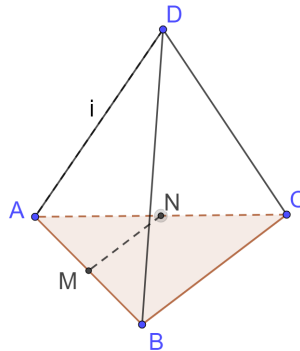
C.  $(ABC)$ .

D.  $(BCD)$ .

Lời giải

Vì  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AC$  nên  $MN$  là đường trung bình của tam giác  $ABC$ , do đó  $MN \parallel BC$ , lại có  $MN \not\subset (BCD)$  và  $BC \subset (BCD)$  nên  $MN \parallel (BCD)$ .

Vậy đáp án **D** đúng.



**Câu 16:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

A.  $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$ .

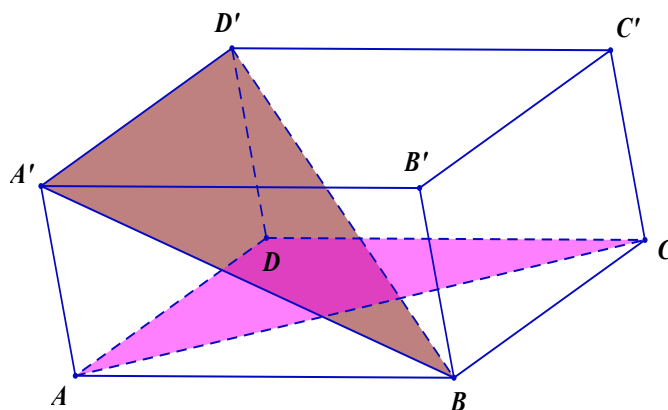
B.  $(BDA') \parallel (D'B'C)$ .

C.  $(BA'D') \parallel (ADC)$ .

D.  $(ACD') \parallel (A'C'B)$ .

Lời giải





Ta có  $(BA'D') \equiv (BCA'D')$  và  $(ADC) \equiv (ABCD)$ .

Mà  $(BCA'D') \cap (ABCD) = BC$ , suy ra  $(BA'D') \parallel (ADC)$  sai.

**Câu 17:** Hình bình hành có thể là hình biểu diễn của các hình nào dưới đây?

- A.** Hình ngũ giác.      **B.** Hình thang.      **C.** Hình tam giác.      **D.** Hình vuông.

**Lời giải**

Hình biểu diễn của 1 hình vuông là 1 hình bình hành.

**Câu 18:** Điểm kiểm tra giữa kỳ I của 1 lớp được cô giáo chủ nhiệm ghi lại theo bảng sau

<b>Điểm</b>	[4,5;5,5)	[5,5;6,5)	[6,5;7,5)	[7,5;8,5)	[8,5;9,5)
<b>Số học sinh</b>	3	7	9	15	6

Độ dài của nhóm [8,5;9,5) là

- A.** 17.      **B.** 18.      **C.** 1.      **D.** 8,5.

**Lời giải**

Độ dài của nhóm [8,5;9,5) là

$$9,5 - 8,5 = 1.$$

**Câu 19:** Tiền lãi trong 30 ngày được khảo sát ở một quầy bán báo:

Lớp tiền lãi	[29,5;40,5)	[40,5;51,5)	[51,5;62,5)	[62,5;73,5)	[73,5;84,5)	[84,5;95,5)	<i>N</i>
Tần số	3	5	7	6	5	4	30

Tính số trung bình của mẫu số liệu?

- A.** 60,23.      **B.** 61,25.      **C.** 62,35.      **D.** 63,23.

**Lời giải**

Ta có bảng giá trị đại diện là:

Lớp tiền lãi	[29,5;40,5)	[40,5;51,5)	[51,5;62,5)	[62,5;73,5)	[73,5;84,5)	[84,5;95,5)	<i>N</i>
Tần số	3	5	7	6	5	4	30
Giá trị đại diện	35	46	57	68	79	90	

Số trung bình của mẫu số liệu là:

$$x = \frac{3.35 + 5.46 + 7.57 + 6.68 + 5.79 + 4.90}{30} = 63,23$$

**Câu 20:** Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 25 cây dừa giống như sau:

Chiều cao (cm)	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)
Số cây	4	6	7	5	3

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A.**  $M_o = \frac{70}{3}$ .      **B.**  $M_o = \frac{50}{3}$ .      **C.**  $M_o = \frac{70}{2}$ .      **D.**  $M_o = \frac{80}{3}$ .

**Lời giải**

Tần số lớn nhất là 7 nên nhóm chứa mốt là [20;30). Ta có:

$j = 3, a_3 = 20, m_3 = 7, m_2 = 6, m_4 = 5, h = 10$ . Do đó:

$$M_o = 20 + \frac{7-6}{(7-6)+(7-5)} \cdot 10 = \frac{70}{3}.$$

**Câu 21:** Rút gọn biểu thức  $A = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x}$

- A.**  $A = \tan 6x$ .      **B.**  $A = \tan 3x$ .  
**C.**  $A = \tan 2x$ .      **D.**  $A = \tan x + \tan 2x + \tan 3x$ .

**Lời giải**

$$A = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x} = \frac{2 \sin 2x \cdot \cos x + \sin 2x}{2 \cos 2x \cdot \cos x + \cos 2x} = \frac{\sin 2x (2 \cos x + 1)}{\cos 2x (2 \cos x + 1)} = \tan 2x.$$

**Câu 22:** Tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{\frac{2023}{1 - \cos x}}$  là

- A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$       **B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$   
**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{2023 + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$       **D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

**Lời giải**

Hàm số xác định khi và chỉ khi  $1 - \cos x > 0 \Leftrightarrow \cos x < 1$  mà  $-1 \leq \cos x \leq 1$

nên  $\cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Câu 23:** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_n = 3u_{n-1} - 1, \forall n \geq 2 \end{cases}$ . Tìm số hạng  $u_4$ .

- A.**  $u_4 = -76$ .      **B.**  $u_4 = -77$ .      **C.**  $u_4 = -66$ .      **D.**  $u_4 = -67$ .

**Lời giải**

**Cách 1.** Ta có

$$u_2 = 3u_1 - 1 = 3 \cdot (-2) - 1 = -7$$

$$u_3 = 3u_2 - 1 = 3 \cdot (-7) - 1 = -22$$

$$u_4 = 3u_3 - 1 = 3 \cdot (-22) - 1 = -67$$

**Cách 2.**

$$u_n = 3u_{n-1} - 1 = 3u_{n-1} - \frac{3}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow u_n - \frac{1}{2} = 3 \left( u_{n-1} - \frac{1}{2} \right)$$

$$\text{Xét dãy số } (v_n) \text{ có } \begin{cases} v_1 = \frac{-5}{2} \\ v_n = u_n - \frac{1}{2} \end{cases}$$

Khi đó ta có  $v_n = 3v_{n-1}$  là cấp số nhân có công bội bằng 3.

$$\Rightarrow v_n = \frac{-5}{2} \cdot 3^{n-1}$$

$$\text{Vậy } u_n = \frac{1}{2} - \frac{5}{2} \cdot 3^{n-1}.$$

**Câu 24:** Năm 2022, một hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là 750.000.000 đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước. Theo dự định đó, năm 2027 hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu?

**A.** 675.000.000 đồng.

**B.** 664.382.000 đồng.

**C.** 677.941.000 đồng.

**D.** 691.776.000 đồng.

**Lời giải**

Gọi  $u_n$  là giá xe bán ra sau  $n$  năm kể từ năm 2022.

Theo giả thiết, ta có  $u_n$  lập thành cấp số nhân với số  $u_1 = 750.000.000 \times 0,98$  và  $q = 0,98$ .

Giá tiền xe bán ra năm 2027 là  $u_5 = u_1 \cdot q^4 = 750.000.000 \times (0,98)^5 = 677.940.597,6$  đồng.

**Câu 25:** Ngày đầu tiên của vụ thu hoạch na, một vựa na thu hoạch được 50kg na. Mỗi ngày tiếp theo, khối lượng na thu hoạch được tăng gấp đôi so với ngày trước đó. Tổng khối lượng na mà vựa na thu hoạch được sau 7 ngày là

**A.** 3150kg.

**B.** 6350kg.

**C.** 4250kg.

**D.** 5150kg.

**Lời giải**

Khối lượng na thu hoạch được mỗi ngày lập thành cấp số nhân với số hạng đầu là  $u_1 = 50$  và công bội  $q = 2$ .

Tổng khối lượng na thu hoạch được sau 7 ngày chính là tổng 7 số hạng đầu của cấp số nhân này

$$\text{và bằng } S_7 = 50 \cdot \frac{1-2^7}{1-2} = 6350(\text{kg})$$

**Câu 26:** Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng 0?

**A.**  $\lim \frac{3+2n^3}{2n^2-1}$ .

**B.**  $\lim \frac{2n^2-3}{-2n^3-4}$ .

**C.**  $\lim \frac{2n-3n^3}{-2n^2-1}$ .

**D.**  $\lim \frac{2n^2-3n^4}{-2n^4+n^2}$ .

**Lời giải**

. Theo dấu hiệu ở đã nêu ở phần **Chú ý** trên thì ta chọn giới hạn nào rơi vào trường hợp « bậc tử » < « bậc mẫu » !

$$\lim \frac{3+2n^3}{2n^2-1} = +\infty : \text{ « bậc tử » } > \text{ « bậc mẫu » và } a_m b_k = 2 \cdot 2 = 4 > 0.$$

$$\lim \frac{2n^2-3}{-2n^3-4} = 0 : \text{ « bậc tử » } < \text{ « bậc mẫu »}.$$

$$\lim \frac{2n-3n^3}{-2n^2-1} = +\infty : \text{ « bậc tử » } > \text{ « bậc mẫu » và } a_n b_k = (-3) \cdot (-2) > 0.$$

$$\lim \frac{2n^2-3n^4}{-2n^4+n^2} = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2} : \text{ « bậc tử » } = \text{ « bậc mẫu » và } \frac{a_m}{b_k} = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}.$$

**Câu 27:** Cho  $a, b$  là các số thực thỏa mãn  $\lim(\sqrt{n^2 + an + 2} - \sqrt{n^2 + bn + 1}) = 1$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  $a + b = 2$ .

**B.**  $a - b = 2$ .

**C.**  $a + b = 1$ .

**D.**  $a - b = 1$ .

**Lời giải**

$$\text{Do } \lim(\sqrt{n^2 + an + 2} - \sqrt{n^2 + bn + 1}) = 1 \Rightarrow \lim \frac{(n^2 + an + 2) - (n^2 + bn + 1)}{\sqrt{n^2 + an + 2} + \sqrt{n^2 + bn + 1}} = 1$$

$$\Leftrightarrow \lim \frac{(a-b)n + 1}{\sqrt{n^2 + an + 2} + \sqrt{n^2 + bn + 1}} = 1 \Leftrightarrow \lim \frac{(a-b) + \frac{1}{n}}{\sqrt{1 + \frac{a}{n} + \frac{2}{n^2}} + \sqrt{1 + \frac{b}{n} + \frac{1}{n^2}}} = 1 \Leftrightarrow \frac{a-b}{2} = 1 \Leftrightarrow a-b = 2.$$

**Câu 28:** Biết  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 3x + 1} - (ax + b)) = 0$ . Tính  $a + 4b$

**A.** 3.

**B.** 5.

**C.** -1.

**D.** 2.

**Lời giải**

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 3x + 1} - (ax + b)) = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ x \left( \sqrt{4 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} - a - \frac{b}{x} \right) \right] = 0$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{4 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} - a - \frac{b}{x} \right) = 2 - a \end{cases}$$

Nếu  $2 - a < 0$  thì  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ x \left( \sqrt{4 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} - a - \frac{b}{x} \right) \right] = -\infty$  nên không thỏa mãn

Nếu  $2 - a > 0$  thì  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ x \left( \sqrt{4 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} - a - \frac{b}{x} \right) \right] = +\infty$  nên không thỏa mãn

Nếu  $2 - a = 0 \Leftrightarrow a = 2$  thì trở thành

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ x \left( \sqrt{4 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} - 2 \right) - b \right] = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{-3 + \frac{1}{x}}{\sqrt{4 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} + 2} - b \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{-3}{4} - b = 0 \Leftrightarrow b = -\frac{3}{4}$$

Vậy  $a + 4b = -1$ .

**Câu 29:** Chọn kết quả đúng của  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left( \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3} \right)$

**A.** -1.

**B.**  $+\infty$ .

**C.** 0.

**D.**  $-\infty$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0^-} \left( \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3} \right) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{x^3}.$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^-} (x-2) = -2 < 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} x^3 = 0 \\ x^3 < 0 \text{ khi } x \rightarrow 0^- \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} \left( \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3} \right) = +\infty.$$

**Câu 30:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $CD$  và  $AB$ . Khẳng định nào dưới đây **sai**?

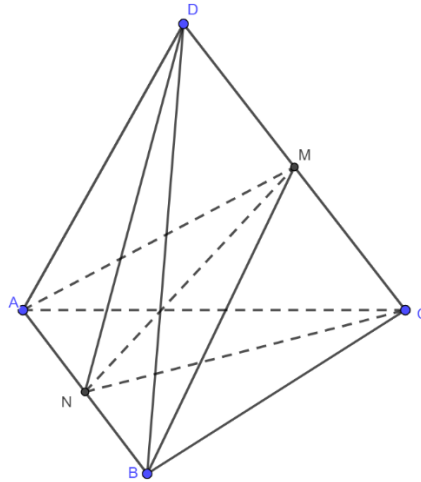
**A.**  $(ABM) \cap (ACD) = AM$ .

**B.**  $(ABM) \cap (DCN) = MN$ .

**C.**  $(AMN) \cap (ACD) = AB$ .

**D.**  $(ACD) \cap (BDC) = CD$ .

**Lời giải**



Ta có:  $A \in (AMN) \cap (ACD)$  (1)

$$\begin{cases} M \in (AMN) \\ M \in CD \subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow M \in (AMN) \cap (ACD) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra  $(AMN) \cap (ACD) = AM$ .

Vậy khẳng định C sai.

**Câu 31:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật. Gọi  $M, N$  theo thứ tự là trọng tâm  $\Delta SAB; \Delta SCD$ . Gọi  $I$  là giao điểm của các đường thẳng  $BM; CN$ . Khi đó tỉ số  $\frac{SI}{CD}$  bằng

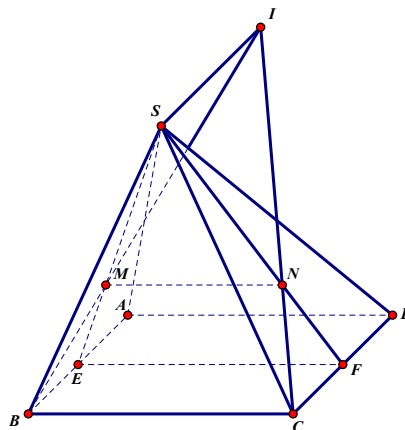
**A.** 1

**B.**  $\frac{1}{2}$ .

**C.**  $\frac{2}{3}$

**D.**  $\frac{3}{2}$ .

**Lời giải**



Gọi  $E$  và  $F$  lần lượt là trung điểm  $AB$  và  $CD$ .

$$\text{Ta có } I = BM \cap CN \Rightarrow \begin{cases} I \in BM \subset (SAB) \\ I \in CN \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow I \in (SAB) \cap (SCD).$$

Mà  $S \in (SAB) \cap (SCD)$ . Do đó  $(SAB) \cap (SCD) = SI$ .

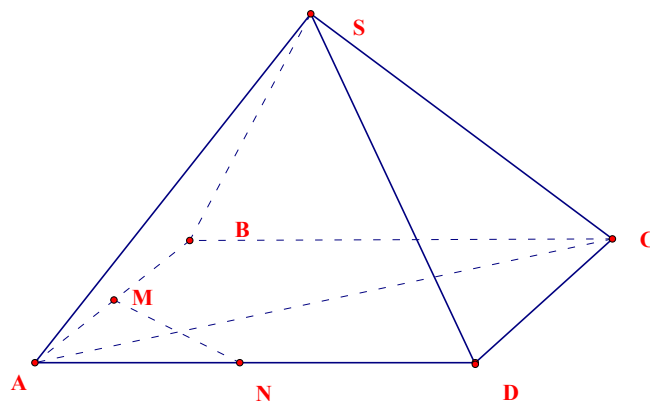
Ta có: 
$$\left. \begin{array}{l} AB // CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ (SAB) \cap (SCD) = SI \end{array} \right\} \Rightarrow SI // AB // CD. \text{ Vì } SI // CD \text{ nên } SI // CF.$$

Theo định lý Ta – let ta có:  $\frac{SI}{CF} = \frac{SN}{NF} = 2 \Rightarrow SI = 2CF = CD \Rightarrow \frac{SI}{CD} = 1.$

**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành.  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AD$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A.**  $MN$  chéo  $SC$ .      **B.**  $MN // (SBD)$ .      **C.**  $MN // (ABCD)$ .      **D.**  $MN$  cắt  $CD$ .

**Lời giải**



Vì  $MN \subset (ABCD)$  nên  $MN$  không song song với mặt phẳng  $(ABCD) \Rightarrow$  câu **C sai**.

**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Gọi  $M$  là điểm di động trên đoạn  $AB$ . Qua  $M$  vẽ mặt phẳng  $(\alpha)$  song song với  $(SBC)$ . Thiết diện tạo bởi  $(\alpha)$  và hình chóp  $S.ABCD$  là hình gì?

- A.** Hình tam giác.      **B.** Hình bình hành.      **C.** Hình vuông.      **D.** Hình thang.

**Lời giải**

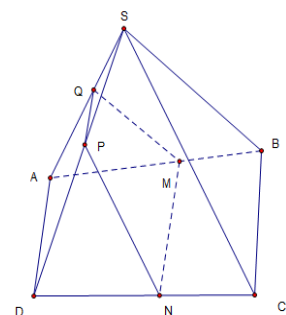
Lần lượt lấy các điểm  $N, P, Q$  thuộc các cạnh  $CD, SD, SA$  thỏa mãn  $MN // BC, NP // SC$

$PQ // AD$ . Suy ra  $(MNPQ) // (SBC)$  và  $(\alpha) \equiv (MNPQ)$ .

Theo cách dựng trên thì  $PQ // MN$ .

Vì  $(MNPQ) // (SBC)$  nên  $MQ // SB$  và  $NP // SC$  mà  $SC \cap SB = S$  nên  $MQ$  cắt  $NP$ .

Do vậy thiết diện là hình thang.



**Câu 34:** Trong một hội thao, thời gian chạy 200 m của một nhóm các vận động viên được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian (giây)	[21; 21,5)	[21,5; 22)	[22; 22,5)	[22,5; 23)	[23; 23,5)
Số vận động viên	10	17	35	44	29

Huấn luyện viên cần chọn 25% số vận động viên có thành tích tốt nhất để huấn luyện nâng cao. Thành tích chạy không vượt quá bao nhiêu thì vận động viên đó được chọn?

- A.** 22,1.      **B.** 23,06.      **C.** 22,87.      **D.** 22,56

**Lời giải**

Tổng số vận động viên  $n = 10 + 17 + 35 + 44 + 29 = 135$ .

Gọi  $x_1; x_2; \dots; x_{135}$  lần lượt là thời gian chạy của 135 vận động viên được xếp theo thứ tự không giảm. Ta có  $x_1; x_2; \dots; x_{10} \in [21; 21,5)$ ;  $x_{11}; \dots; x_{27} \in [21,5; 22)$ ;  $x_{28}; \dots; x_{62} \in [22; 22,5)$ ;  $x_{63}; \dots; x_{105} \in [22,5; 23)$ ;  $x_{106}; \dots; x_{135} \in [23; 23,5)$ . Do đó đối với dãy số liệu  $x_1; x_2; \dots; x_{135}$  thì tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu  $x_1; x_2; \dots; x_{135}$  là  $x_{68}$ , tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu  $x_1; x_2; \dots; x_{135}$  là  $x_{34} \in [22; 22,5)$ . Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = u_m + \frac{\frac{n}{4} - C}{n_m} \cdot (u_{m+1} - u_m) = 22 + \frac{\frac{135}{4} - 27}{35} \cdot 0,5 = 22,1.$$

25% số vận động viên có thành tích tốt nhất là 25% giá trị nằm bên trái  $Q_1$ . Vậy huấn luyện viên cần chọn các vận động viên có thành tích chạy không quá 22,1 giây.

**Câu 35:** Cho bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê chiều cao của 40 mẫu cây ở một vườn thực vật (đơn vị: centimét). Một của mẫu số liệu ghép nhóm này có dạng  $\frac{a}{b}$ . Tính  $a + b^2$

Nhóm	Tần số
[30; 40)	4
[40; 50)	10
[50; 60)	14
[60; 70)	6
[70; 80)	4
[80; 90)	2
	n = 40

**A.** 179.

**B.** 169.

**C.** 168.

**D.** 180.

**Lời giải**

Tần số lớn nhất là 14 nên nhóm chứa một là nhóm [50; 60). Ta có  $j = 3$ ,  $a_3 = 50$ ,  $m_2 = 10$ ,  $m_3 = 14$ ,  $m_4 = 6$ ,  $h = 10$ . Do đó

$$M_0 = 50 + \frac{14 - 10}{(14 - 10) + (14 - 6)} \cdot 10 = \frac{160}{3}$$

$$a = 160; b = 3 \Rightarrow b^2 = 9 \Rightarrow a + b^2 = 169.$$

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 16}{x - 2} = 12$ . Tính giới hạn

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2f(x) - 16} - 4}{x^2 + x - 6}$$

**Lời giải**

Vì  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 16}{x - 2} = 12$  nên  $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) - 16] = 0$  do nếu giới hạn này khác 0 thì giới hạn

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 16}{x - 2}$  sẽ bằng vô cùng. Ta suy ra được  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 16$ .

Biến đổi

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2f(x)-16}-4}{x^2+x-6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x)-32}{(x-2)(x+3)(\sqrt{2f(x)-16}+4)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \left[ \frac{f(x)-16}{(x-2)} \cdot \frac{2}{(x+3)(\sqrt{2f(x)-16}+4)} \right]$$

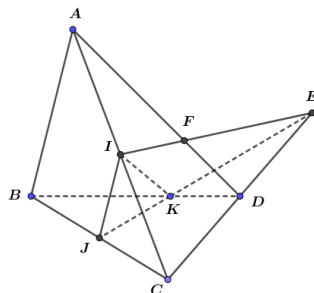
Do  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 16$  nên suy ra  $\lim_{x \rightarrow 2} \left[ \frac{2}{(x+3)(\sqrt{2f(x)-16}+4)} \right] = \frac{1}{20}$ .

Vậy

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2f(x)-16}-4}{x^2+x-6} = \lim_{x \rightarrow 2} \left[ \frac{f(x)-16}{(x-2)} \cdot \frac{2}{(x+3)(\sqrt{2f(x)-16}+4)} \right] = 12 \cdot \frac{1}{20} = \frac{3}{5}.$$

**Câu 37:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AC$  và  $BC$ . Trên cạnh  $BD$  lấy điểm  $K$  sao cho  $BK = 2KD$ . Gọi  $F$  là giao điểm của  $AD$  với mặt phẳng  $(IJK)$ . Tính tỉ số  $\frac{FA}{FD}$ .

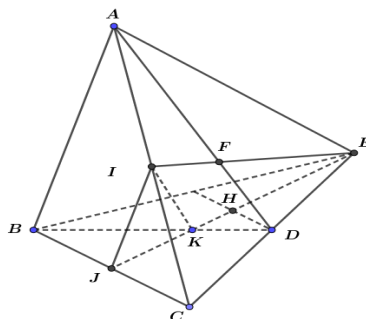
**Lời giải**



Trong mặt phẳng  $(BCD)$  hai đường thẳng  $JK$  và  $CD$  không song song nên gọi  $E = JK \cap CD$ . Khi đó  $E \in (ACD)$ .

Suy ra:  $(ACD) \cap (IJK) = EJ$ .

Trong  $(ACD)$  gọi  $F = EI \cap AD$ . Khi đó  $(IJK) \cap AD = F$ .



Vẽ  $DH \parallel BC$  và  $H \in IE$ . Ta có:  $\frac{BJ}{HD} = \frac{BK}{KD} = 2 \Rightarrow HD = \frac{BJ}{2} \Rightarrow HD = \frac{1}{2}JC$ .

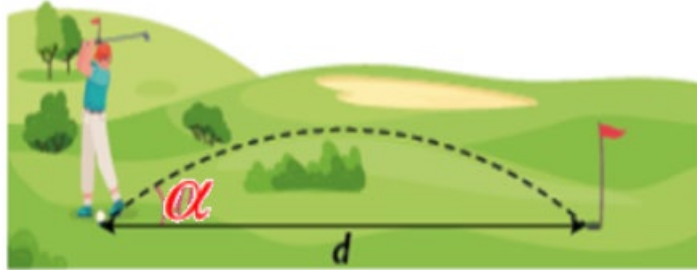
Suy ra  $D$  là trung điểm của  $CE$ .

Xét  $\triangle ACE$  có  $EI$  và  $AD$  là hai đường trung tuyến nên  $F$  là trọng tâm của  $\triangle ACE$ .

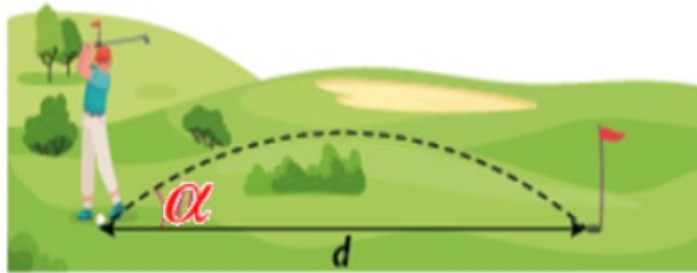
Vậy  $\frac{AF}{FD} = 2$ .



**Câu 38:** Một quả bóng golf kể từ lúc được đánh đến lúc chạm đất đã di chuyển được một khoảng cách  $d(m)$  theo phương nằm ngang. Biết rằng  $d = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$  trong đó  $v_0(m/s)$  là vận tốc ban đầu của quả bóng,  $g(m/s^2)$  là gia tốc trọng trường và  $\alpha$  là góc đánh quả bóng so với phương nằm ngang. Tính khoảng cách  $d$  biết rằng  $v_0 = 15(m/s)$ ;  $g = 10(m/s^2)$  và  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$  với  $(0 \leq \alpha \leq 45^\circ)$ .



**Lời giải.**

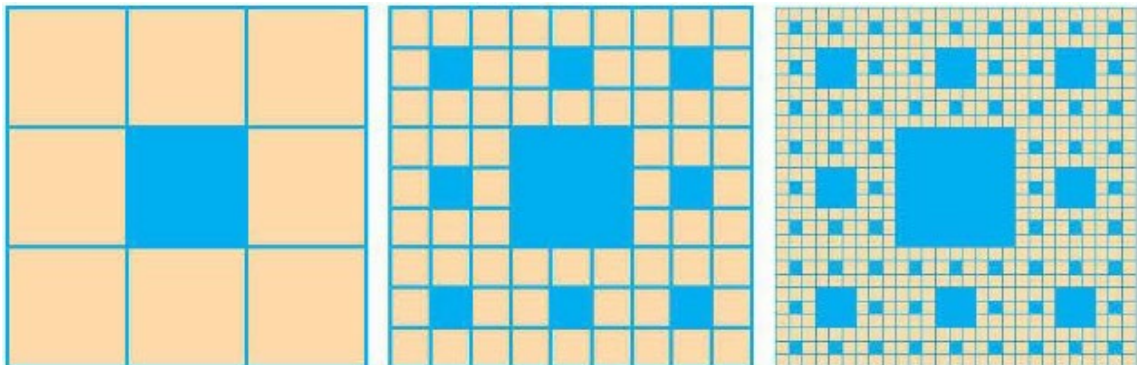


Ta có:  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$  và  $0 \leq \alpha \leq 45^\circ \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{24}{25}$ .

Khi đó  $d = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{15^2 \cdot \frac{24}{25}}{10} = \frac{108}{5}$ .

Vậy  $d = \frac{108}{5} \text{ cm}$ .

**Câu 39:** Một hình vuông màu vàng có cạnh 1 đơn vị dài được chia thành chín hình vuông nhỏ hơn và hình vuông ở chính giữa được tô màu xanh như hình bên dưới. Mỗi hình vuông màu vàng nhỏ hơn lại được chia thành chín hình vuông con, và mỗi hình vuông con ở chính giữa lại được tô màu xanh. Nếu quá trình này được tiếp tục lặp lại năm lần, thì tổng diện tích các hình vuông được tô màu xanh bao nhiêu?



### Lời giải

Diện tích ô vuông màu xanh sau lần phân chia thứ nhất là:  $\frac{1}{9}$ , số ô vuông màu xanh được tạo thêm là  $8^0$ .

Diện tích ô vuông màu xanh sau lần phân chia thứ hai là:  $\frac{1}{9^2}$ , số ô vuông màu xanh được tạo thêm là  $8^1$ .

Diện tích ô vuông màu xanh sau lần phân chia thứ năm là:  $\frac{1}{9^5}$ , số ô vuông màu xanh được tạo thêm là  $8^4$ .

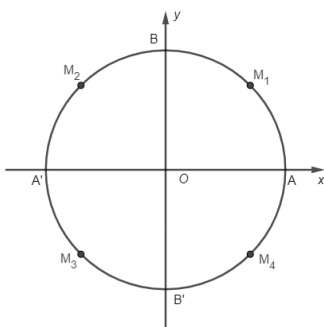
Tổng diện tích các ô vuông màu xanh là:  $\frac{1}{9} + \frac{1}{9^2} \times 8^1 + \dots + \frac{1}{9^5} \times 8^4 = 0,445$ .

----- HẾT -----

**ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI**  
**MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 04**

**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)**

**Câu 1:** Góc lượng giác có số đo  $-\frac{7\pi}{4}$  được biểu diễn bởi điểm nào trên đường tròn lượng giác?



- A.  $M_1$ .                      B.  $M_2$ .                      C.  $M_3$ .                      D.  $M_4$ .

**Câu 2:** Tập xác định của hàm số  $y = \tan 2x$  là

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .                      B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .  
C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .                      D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 3:** Tập nghiệm của phương trình  $\cot(2x - 30^\circ) = \sqrt{3}$  là

- A.  $S = \{45^\circ + k90^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .                      B.  $S = \{30^\circ + k90^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .  
C.  $S = \{60^\circ + k90^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .                      D.  $S = \{90^\circ + k90^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Câu 4:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào bị chặn?

- A.  $u_n = n$ .                      B.  $u_n = -n$ .                      C.  $u_n = \tan n$ .                      D.  $u_n = \cos n$ .

**Câu 5:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_2 = 2$  và  $u_7 = -64$ . Số hạng đầu của cấp số nhân đã cho bằng

- A.  $-2$ .                      B.  $-1$ .                      C.  $1$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 6:** Giá trị của  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n+1}{2n}$  bằng

- A.  $0$ .                      B.  $1$ .                      C.  $\frac{5}{2}$ .                      D.  $+\infty$ .

**Câu 7:** Cho  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -2$ . Tìm  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2f(x)+1}{2-3g(x)}$ .

- A.  $-\frac{11}{4}$ .                      B.  $\frac{3}{4}$ .                      C.  $-\frac{11}{8}$ .                      D.  $\frac{11}{8}$ .

**Câu 8:** Tìm giới hạn  $D = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{7x+1}+1}{x-2}$ .

- A.  $+\infty$ .                      B.  $-3$ .                      C.  $-\infty$ .                      D.  $-2$ .

**Câu 9:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{3-x}{\sqrt{x+1}-2} & \text{khi } x \neq 3 \\ m & \text{khi } x=3 \end{cases}$ . Hàm số đã cho liên tục tại  $x=3$  khi  $m=?$

- A. -1.                      B. 1.                      C. 4.                      D. -4.

**Câu 10:** Hàm số nào sau đây gián đoạn tại  $x = 1$ ?

- A.  $y = x^2 - 3x + 5$ .      B.  $y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1}$ .      C.  $y = \frac{x - 1}{x + 2}$ .      D.  $y = \frac{x + 4}{x^2 + 1}$ .

**Câu 11:** Phương trình nào dưới đây có nghiệm trong khoảng  $(0;1)$ ?

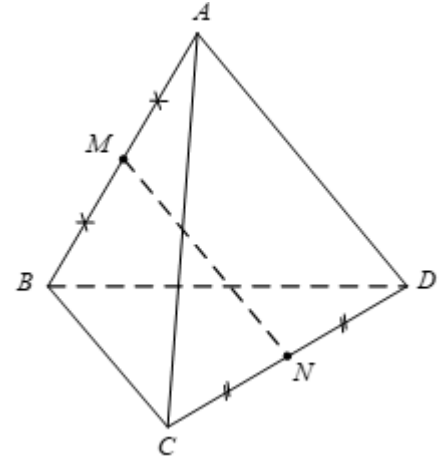
- A.  $2x^2 - x + 9 = 0$ .                      B.  $x^9 - x^7 - 2 = 0$ .  
 C.  $3x^4 - 4x^2 + 5x + 1 = 0$ .                      D.  $x^{2023} - 8x + 5 = 0$ .

**Câu 12:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $AB$  và  $CD$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $MN$ , cắt  $AD, BC$  lần lượt tại  $P$  và  $Q$ . Biết  $MP$  cắt  $NQ$  tại  $I$ . Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

- A.  $I, A, C$ .                      B.  $I, B, D$ .                      C.  $I, A, B$ .                      D.  $I, D, C$ .

**Câu 13:** Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB$  và  $CD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Đường thẳng  $AG$  cắt đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?

- A. Đường thẳng  $MN$ .      B. Đường thẳng  $CM$ .  
 C. Đường thẳng  $DN$ .      D. Đường thẳng  $CD$ .



**Câu 14:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Gọi  $A', B', C', D'$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SA, SB, SC, SD$ . Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào không song song với  $A'B'$ ?

- A.  $AB$ .                      B.  $CD$ .                      C.  $C'D'$ .                      D.  $SC$ .

**Câu 15:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Mệnh đề nào sau đây là đúng:

- A.  $SA // (SBC)$ .                      B.  $CD // (SAD)$ .                      C.  $SB // (ACD)$ .                      D.  $AB // (SCD)$ .

**Câu 16:** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $(A'BC) // (AB'C')$ .      B.  $(BA'C') // (B'AC)$ .      C.  $(ABC') // (A'B'C)$ .      D.  $(ABC) // (A'B'C')$ .

**Câu 17:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành.  $M$  là trung điểm của  $SC$ . Hình chiếu song song của điểm  $M$  theo phương  $AB$  lên mặt phẳng  $(SAD)$  là điểm nào sau đây?

- A.  $S$ .                      B.  $D$ .                      C.  $A$ .                      D. Trung điểm của  $SD$ .

**Câu 18:** Khảo sát thời gian xem ti vi trong một ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị là

- A. [0; 20).                      B. [20; 40).                      C. [40; 60).                      D. [60; 80).

**Câu 19:** Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 25 cây dừa giống như sau:

Chiều cao (cm)	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)
Số cây	4	6	7	5	3

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A.  $Q_1 = 13,5$ .      B.  $Q_1 = 13,9$ .      C.  $Q_1 = 15,75$ .      D.  $Q_1 = 13,75$ .

**Câu 20:** Khi thống kê chiều cao của học sinh khối 12 trong một trường trung học, ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Chiều cao	[150;156)	[156;162)	[162;168)	[168;174)	[174;180)	[180;186)
Số học sinh	5	18	40	26	8	3

Nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. [150;156).      B. [162;168).      C. [168;174).      D. [180;186).

**Câu 21:** Cho  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ . Xác định dấu của biểu thức  $M = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \cot(\pi + \alpha)$ .

- A.  $M \geq 0$ .      B.  $M > 0$ .      C.  $M \leq 0$ .      D.  $M < 0$ .

**Câu 22:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{\tan x}{1 - \tan x}$  là

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .      B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi; -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .      D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 23:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_1 = 1, u_2 = 2 \\ u_{n+2} = au_{n+1} + (1-a)u_n \end{cases} \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Tìm tất cả các giá trị của  $a$  để  $(u_n)$  tăng?

- A.  $a > 0$ .      B.  $0 < a < 1$ .      C.  $a < 1$ .      D.  $a > 1$ .

**Câu 24:** Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước đến để khoan giếng nước. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80.000 đồng, kể từ mét khoan thứ 2 giá của mỗi mét khoan tăng thêm 5000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 50m mới có nước. Vậy hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

- A. 5.2500.000 đồng.      B. 10.125.000 đồng.      C. 4.000.000 đồng.      D. 4.245.000 đồng.

**Câu 25:** Một cấp số nhân có năm số hạng mà hai số hạng đầu tiên là các số dương, tích của số hạng đầu và số hạng thứ ba bằng 1, tích của số hạng thứ ba và số hạng cuối bằng  $\frac{1}{16}$ . Tìm số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$  của cấp số nhân đã cho.

A.  $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ q = 2 \end{cases}$ .      B.  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$ .      C.  $\begin{cases} u_1 = -2 \\ q = -\frac{1}{2} \end{cases}$ .      D.  $\begin{cases} u_1 = -\frac{1}{2} \\ q = -2 \end{cases}$ .

**Câu 26:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \sqrt{n^2 + an - 5} - \sqrt{n^2 + n}$ , trong đó  $a$  là tham số thực. Tìm  $a$  để  $\lim u_n = 2$ .

- A. 9.      B. 5.      C. 3.      D. 11.

**Câu 27:** Giới hạn  $\lim \frac{2017^n + 2018^n}{2019^n}$  bằng

- A.  $\frac{3}{5}$ .      B.  $\frac{4035}{2019}$ .      C. 1.      D. 0.

**Câu 28:** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{2\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{8-x}}{x}$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .



## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** Một bể chứa 5000 lít nước tinh khiết. Nước muối có chứa 30 gam muối trên mỗi lít nước được bơm vào bể với tốc độ 25 lít/phút.

a) Chứng minh rằng nồng độ muối của nước trong bể sau  $t$  phút là  $C(t) = \frac{30t}{200+t}$ .

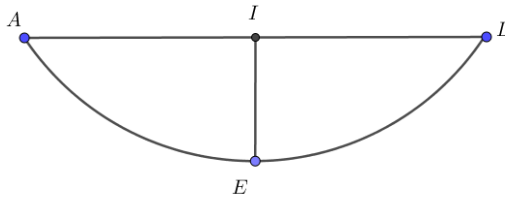
b) Tính  $\lim_{t \rightarrow +\infty} C(t)$  và cho biết ý nghĩa của kết quả đó.

**Câu 37:** Cho tứ diện  $ABCD$ ,  $O$  là một điểm thuộc miền trong tam giác  $BCD$ ,  $M$  là điểm trên đoạn  $AO$

a) Tìm giao tuyến của mặt phẳng  $(MCD)$  với các mặt phẳng  $(ABC)$ ,  $(ABD)$ .

b) Gọi  $I, J$  là các điểm tương ứng trên các cạnh  $BC$  và  $BD$  sao cho  $IJ$  không song song với  $CD$ . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(IJM)$  và  $(ACD)$ .

**Câu 38:** Một tấm bìa (phần kè) là một phần của hình tròn. Bạn Bình đo được độ dài đoạn thẳng  $AD = 10\text{ cm}$ , khoảng cách  $IE = 3\text{ cm}$  với  $I$  là trung điểm của  $AD$  và  $IE \perp AD$ . Hỏi độ dài cung tròn  $AD$  bằng bao nhiêu?



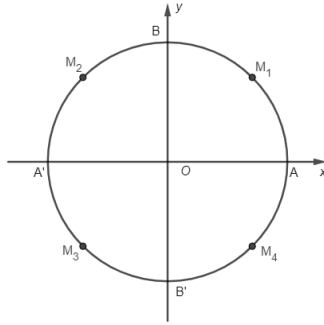
**Câu 39:** Một đội thợ công nhân dùng gạch cỡ  $30 \times 30\text{ cm}$  để lát nền cho một toà tháp gồm 7 tầng theo cấu trúc diện tích mặt sàn của tầng trên bằng một nửa diện tích mặt sàn của tầng dưới. Biết diện tích mặt đáy của tháp là  $16\text{ m}^2$ , hỏi đội công nhân dự định dùng tối thiểu khoảng bao nhiêu viên gạch?

----- HẾT -----

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

### I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Góc lượng giác có số đo  $-\frac{7\pi}{4}$  được biểu diễn bởi điểm nào trên đường tròn lượng giác?



**A.**  $M_1$ .

**B.**  $M_2$ .

**C.**  $M_3$ .

**D.**  $M_4$ .

**Lời giải**

$$-\frac{7\pi}{4} = \frac{\pi}{4} - 2\pi \Rightarrow \text{góc lượng giác có số đo } -\frac{7\pi}{4} \text{ được biểu diễn bởi điểm } M_1.$$

**Câu 2:** Tập xác định của hàm số  $y = \tan 2x$  là

**A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Lời giải**

$$\text{Điều kiện xác định của hàm số } \cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Vậy tập xác định của hàm số } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

**Câu 3:** Tập nghiệm của phương trình  $\cot(2x - 30^\circ) = \sqrt{3}$  là

**A.**  $S = \{45^\circ + k90^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

**B.**  $S = \{30^\circ + k90^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

**C.**  $S = \{60^\circ + k90^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

**D.**  $S = \{90^\circ + k90^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Lời giải**

Vì  $\sqrt{3} = \cot 30^\circ$  nên

$$\cot(2x - 30^\circ) = \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \cot(2x - 30^\circ) = \cot 30^\circ$$

$$\Leftrightarrow 2x - 30^\circ = 30^\circ + k180^\circ$$

$$\Leftrightarrow 2x = 60^\circ + k180^\circ$$

$$\Leftrightarrow x = 30^\circ + k90^\circ, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình  $S = \{30^\circ + k90^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Câu 4:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào bị chặn?

**A.**  $u_n = n$ .

**B.**  $u_n = -n$ .

**C.**  $u_n = \tan n$ .

**D.**  $u_n = \cos n$ .

**Lời giải**



$-1 < \cos n < 1$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$  nên dãy  $(u_n)$  bị chặn.

- Câu 5:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_2 = 2$  và  $u_7 = -64$ . Số hạng đầu của cấp số nhân đã cho bằng
- A.  $-2$ .                      **B.  $-1$ .**                      C.  $1$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } u_7 = u_2 \cdot q^5 \Rightarrow q = \sqrt[5]{\frac{u_7}{u_2}} = -2.$$

$$\text{Số hạng đầu của cấp số nhân đã cho bằng } u_1 = \frac{u_2}{q} = -1.$$

- Câu 6:** Giá trị của  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n+1}{2n}$  bằng
- A.  $0$ .                      B.  $1$ .                      **C.  $\frac{5}{2}$ .**                      D.  $+\infty$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n+1}{2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\left(5 + \frac{1}{n}\right)}{2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 + \frac{1}{n}}{2} = \frac{5}{2}.$$

- Câu 7:** Cho  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -2$ . Tìm  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2f(x)+1}{2-3g(x)}$ .
- A.  $-\frac{11}{4}$ .                      B.  $\frac{3}{4}$ .                      C.  $-\frac{11}{8}$ .                      **D.  $\frac{11}{8}$ .**

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2f(x)+1}{2-3g(x)} = \frac{2 \cdot 5 + 1}{2 - 3 \cdot (-2)} = \frac{11}{8}.$$

- Câu 8:** Tìm giới hạn  $D = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{7x+1}+1}{x-2}$ .
- A.  $+\infty$ .                      **B.  $-3$ .**                      C.  $-\infty$ .                      D.  $-2$

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } D = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{7x+1}+1}{x-2} = \frac{\sqrt[3]{7 \cdot 1 + 1} + 1}{1 - 2} = -3$$

- Câu 9:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{3-x}{\sqrt{x+1}-2} & \text{khi } x \neq 3 \\ m & \text{khi } x=3 \end{cases}$ . Hàm số đã cho liên tục tại  $x=3$  khi  $m=?$
- A.  $-1$ .                      B.  $1$ .                      C.  $4$ .                      **D.  $-4$ .**

**Lời giải**

$$f(3) = m$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3-x}{\sqrt{x+1}-2} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(3-x)(\sqrt{x+1}+2)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} (-\sqrt{x+1}-2) = -4$$

$$\text{Để hàm số liên tục tại } x=3 \text{ thì } \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3)$$

$$\text{Suy ra, } m = -4$$

- Câu 10:** Hàm số nào sau đây gián đoạn tại  $x=1$ ?

- A.  $y = x^2 - 3x + 5$ .      **B.**  $y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1}$ .
- C.  $y = \frac{x - 1}{x + 2}$ .      D.  $y = \frac{x + 4}{x^2 + 1}$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1}$  là hàm phân thức hữu tỉ có tập xác định là  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$  nên gián đoạn tại  $x = 1$ .

**Câu 11:** Phương trình nào dưới đây có nghiệm trong khoảng  $(0;1)$ ?

- A.  $2x^2 - x + 9 = 0$ .      B.  $x^9 - x^7 - 2 = 0$ .
- C.  $3x^4 - 4x^2 + 5x + 1 = 0$ .      **D.**  $x^{2023} - 8x + 5 = 0$ .

**Lời giải**

Xét hàm số  $f(x) = x^{2023} - 8x + 5$ .

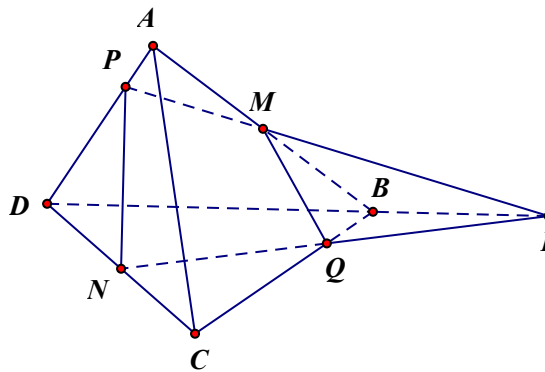
Hàm số liên tục trên đoạn  $[0;1]$  và  $f(0) \cdot f(1) = 5 \cdot (-2) = -10 < 0$ .

Vậy phương trình  $x^{2023} - 8x + 5 = 0$  có nghiệm trong khoảng  $(0;1)$ .

**Câu 12:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $AB$  và  $CD$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $MN$ , cắt  $AD, BC$  lần lượt tại  $P$  và  $Q$ . Biết  $MP$  cắt  $NQ$  tại  $I$ . Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

- A.  $I, A, C$ .      **B.**  $I, B, D$ .      C.  $I, A, B$ .      D.  $I, D, C$ .

**Lời giải**



$$\left. \begin{array}{l} M \in (\alpha) \cap (ABD) \\ P \in (\alpha) \cap (ABD) \end{array} \right\} \Rightarrow MP = (\alpha) \cap (ABD)$$

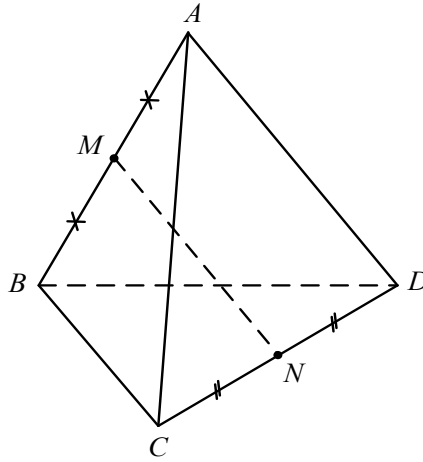
hay  $MP$  là giao tuyến của  $(\alpha)$  và;

Tương tự ta tìm được:

$NQ$  là giao tuyến của  $(\alpha)$  và  $(BCD)$ ;  $BD$  là giao tuyến của  $(BCD)$  và  $(ABD)$ ; Theo định lý về giao tuyến của ba mặt phẳng, ta suy ra  $MP, NQ, BD$  hoặc đôi một song song hoặc đồng quy.

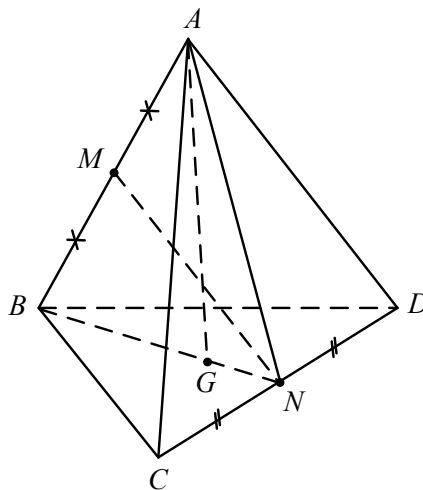
Mặt khác,  $MP$  cắt  $NQ$  tại  $I$  nên  $I, B, D$  thẳng hàng.

**Câu 13:** Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB$  và  $CD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Đường thẳng  $AG$  cắt đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?



- A.** Đường thẳng  $MN$ .    **B.** Đường thẳng  $CM$ .    **C.** Đường thẳng  $DN$ .    **D.** Đường thẳng  $CD$ .

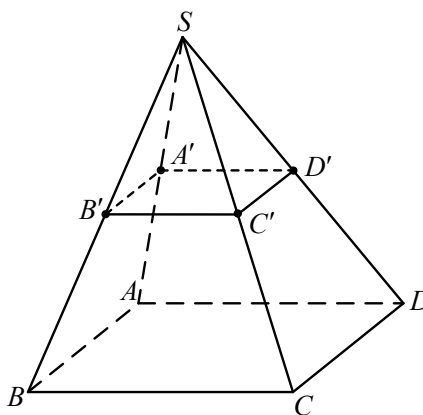
**Lời giải**



Do  $AG$  và  $MN$  cùng nằm trong mặt phẳng  $(ABN)$  nên hai đường thẳng cắt nhau.

- Câu 14:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Gọi  $A', B', C', D'$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SA, SB, SC, SD$ . Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào không song song với  $A'B'$  ?
- A.**  $AB$ .                      **B.**  $CD$ .                      **C.**  $C'D'$ .                      **D.**  $SC$ .

**Lời giải**



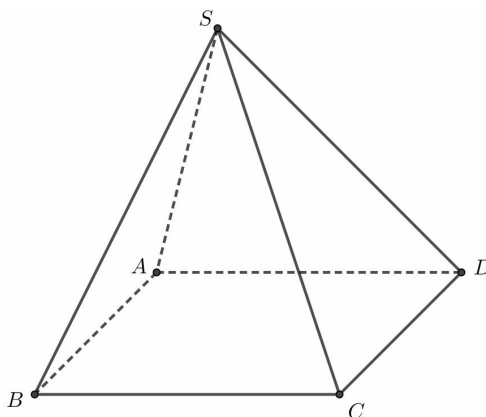
Do  $A'B'$  và  $SC$  không đồng phẳng nên  $A'B'$  và  $SC$  không song song nhau.

- Câu 15:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Mệnh đề nào sau đây là đúng:
- A.**  $SA \parallel (SBC)$ .                      **B.**  $CD \parallel (SAD)$ .  
**C.**  $SB \parallel (ACD)$ .                      **D.**  $AB \parallel (SCD)$ .

**Lời giải**

Vì  $AB \parallel DC$ , lại có  $AB \not\subset (SCD)$  và  $DC \subset (SCD)$  nên  $AB \parallel (SCD)$ .

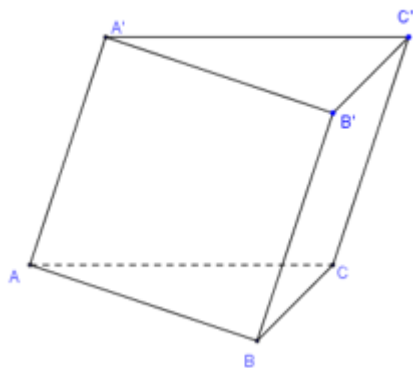
Vậy đáp án **D** đúng.



**Câu 16:** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.**  $(A'BC) \parallel (AB'C')$ . **B.**  $(BA'C') \parallel (B'AC)$ .

**C.**  $(ABC') \parallel (A'B'C)$ . **D.**  $(ABC) \parallel (A'B'C')$ .



**Lời giải**

Đáp án.

**B.**  $(ABC) \parallel (A'B'C')$ .

**Câu 17:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành.  $M$  là trung điểm của  $SC$ . Hình chiếu song song của điểm  $M$  theo phương  $AB$  lên mặt phẳng  $(SAD)$  là điểm nào sau đây?

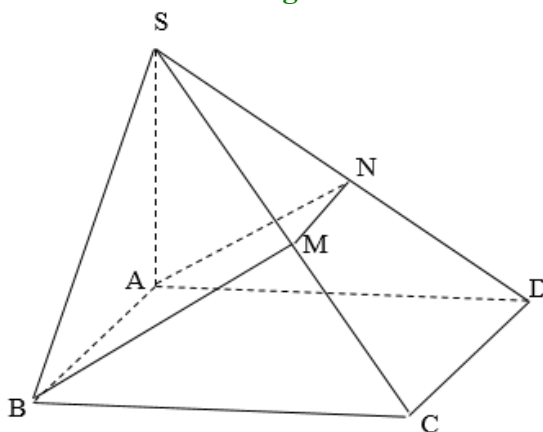
**A.**  $S$ .

**B.**  $D$ .

**C.**  $A$ .

**D.** Trung điểm của  $SD$ .

**Lời giải**



Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} AB // CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ M \in (SAB) \cap (SCD) \end{array} \right\} \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = MN \text{ với } MN // AB // CD; N \in SD.$$

Khi đó  $MN$  là đường trung bình của tam giác  $SCD$  nên hình chiếu song song của điểm  $M$  theo phương  $AB$  lên mặt phẳng  $(SAD)$  là điểm  $N$ .

**Câu 18:** Khảo sát thời gian xem ti vi trong một ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị là

- A. [0; 20).      B. [20; 40).      C. [40; 60).      D. [60; 80).

**Lời giải**

Cỡ mẫu là:  $n = 5 + 9 + 12 + 10 + 6 = 42$ .

Trung vị là  $\frac{x_{21} + x_{22}}{2}$ . Do hai giá trị  $x_{21}, x_{22}$  thuộc nhóm [40; 60) nên nhóm chứa trung vị là [40; 60).

**Câu 19:** Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 25 cây dừa giống như sau:

Chiều cao (cm)	[0; 10)	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)
Số cây	4	6	7	5	3

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A.  $Q_1 = 13,5$ .      B.  $Q_1 = 13,9$ .      C.  $Q_1 = 15,75$ .      D.  $Q_1 = 13,75$ .

**Lời giải**

Cỡ mẫu:  $n = 4 + 6 + 7 + 5 + 3 = 25$ .

Tứ phân vị thứ nhất  $Q_1$  là  $\frac{x_6 + x_7}{2}$ . Do  $x_6, x_7$  đều thuộc nhóm [10; 20) nên nhóm này chứa  $Q_1$ .

Do đó:  $p = 2, a_2 = 10, m_2 = 6, m_1 = 4, a_3 - a_2 = 10$ . Ta có:

$$Q_1 = 10 + \frac{\frac{25}{4} - 4}{6} \cdot 10 = 13,75.$$

**Câu 20:** Khi thống kê chiều cao của học sinh khối 12 trong một trường trung học, ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Chiều cao	[150; 156)	[156; 162)	[162; 168)	[168; 174)	[174; 180)	[180; 186)
Số học sinh	5	18	40	26	8	3

Nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. [150; 156).      B. [162; 168).      C. [168; 174).      D. [180; 186).

**Lời giải**

Nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm là nhóm có tần số lớn nhất.

Do đó nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là nhóm [162; 168).

**Câu 21:** Cho  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ . Xác định dấu của biểu thức  $M = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \cot(\pi + \alpha)$ .

A.  $M \geq 0$ .

B.  $M > 0$ .

C.  $M \leq 0$ .

**D.  $M < 0$ .**

**Lời giải**

$$M = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \cot(\pi + \alpha) = \sin \alpha - \cot \alpha.$$

Do  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \sin \alpha < 0; \cos \alpha < 0; \cot \alpha > 0$  nên  $M < 0$ .

**Câu 22:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{\tan x}{1 - \tan x}$  là

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi; -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .**

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Lời giải**

Hàm số xác định khi  $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ 1 - \tan x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Vậy tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 23:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_1 = 1, u_2 = 2 \\ u_{n+2} = au_{n+1} + (1-a)u_n \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ . Tìm tất cả các giá trị của  $a$  để  $(u_n)$  tăng?

A.  $a > 0$ .

B.  $0 < a < 1$ .

C.  $a < 1$ .

**D.  $a > 1$ .**

**Lời giải**

Xét hiệu  $u_{n+2} - u_{n+1} = au_{n+1} + (1-a)u_n - u_{n+1} = (a-1)(u_{n+1} - u_n)$

$$\Rightarrow u_3 - u_2 = (a-1)(u_2 - u_1) = (a-1)$$

$$\Rightarrow u_4 - u_3 = (a-1)(u_3 - u_2) = (a-1)^2$$

...

$$\Rightarrow u_{n+1} - u_n = (a-1)^{n-1} > 0$$

Để dãy số  $(u_n)$  tăng suy ra  $a > 1$ .

**Câu 24:** Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước đến để khoan giếng nước. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80.000 đồng, kể từ mét khoan thứ 2 giá của mỗi mét khoan tăng thêm 5000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 50m mới có nước. Vậy hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

A. 5.2500.000 đồng.

**B. 10.125.000 đồng.**

C. 4.000.000 đồng.

D. 4.245.000 đồng.

**Lời giải**

Giá tiền khoan mỗi mét lập thành cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 80000, d = 5000$ . Do cần khoan 50 mét nên tổng số tiền cần trả là

$$u_1 + u_2 + \dots + u_{50} = S_{50} = 50u_1 + \frac{50 \cdot 49}{2}d = 50 \cdot 80000 + 1225 \cdot 5000 = 10125000$$

**Câu 25:** Một cấp số nhân có năm số hạng mà hai số hạng đầu tiên là các số dương, tích của số hạng đầu và số hạng thứ ba bằng 1, tích của số hạng thứ ba và số hạng cuối bằng  $\frac{1}{16}$ . Tìm số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$  của cấp số nhân đã cho.

A.  $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ q = 2 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$

C.  $\begin{cases} u_1 = -2 \\ q = -\frac{1}{2} \end{cases}$

D.  $\begin{cases} u_1 = -\frac{1}{2} \\ q = -2 \end{cases}$

**Lời giải**

$$\begin{cases} u_1 > 0 \\ u_2 > 0 \\ u_1 u_3 = 1 \\ u_3 u_5 = \frac{1}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 > 0 \\ q > 0 \\ u_1^2 q^2 = 1 \\ \frac{1}{16} = u_1^2 q^6 = (u_1^2 q^2) q^4 = q^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = \frac{1}{2} \\ u_1 = \frac{1}{q} = 2 \end{cases}$$

**Câu 26:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \sqrt{n^2 + an - 5} - \sqrt{n^2 + n}$ , trong đó  $a$  là tham số thực. Tìm  $a$  để  $\lim u_n = 2$ .

A. 9.

B. 5.

C. 3.

D. 11.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim u_n = 2 \Leftrightarrow \lim (\sqrt{n^2 + an - 5} - \sqrt{n^2 + n}) = 2 \Leftrightarrow \lim \frac{(a-1)n - 5}{\sqrt{n^2 + an - 5} + \sqrt{n^2 + n}} = 2$$

$$\Leftrightarrow \lim \frac{(a-1) - \frac{5}{n}}{\sqrt{1 + \frac{a-5}{n} - \frac{5}{n^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{n}}} = 2 \Leftrightarrow \frac{a-1}{2} = 2 \Leftrightarrow a = 5.$$

**Câu 27:** Giới hạn  $\lim \frac{2017^n + 2018^n}{2019^n}$  bằng

A.  $\frac{3}{5}$ .

B.  $\frac{4035}{2019}$ .

C. 1.

D. 0.

**Lời giải**

$$\text{Có } \lim \frac{2017^n + 2018^n}{2019^n} = \lim \left[ \left( \frac{2017}{2019} \right)^n + \left( \frac{2018}{2019} \right)^n \right] = 0 + 0 = 0.$$

**Câu 28:** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{2\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{8-x}}{x}$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .

A.  $+\infty$ .

B. 0.

C.  $\frac{1}{12}$ .

D.  $\frac{13}{12}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{8-x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{2\sqrt{1+x} - 2}{x} - \frac{\sqrt[3]{8-x} - 2}{x} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{2(\sqrt{1+x} - 1)}{x} - \frac{(\sqrt[3]{8-x} - 2) \left[ \sqrt[3]{(8-x)^2} + 2\sqrt[3]{8-x} + 4 \right]}{x \left[ \sqrt[3]{(8-x)^2} + 2\sqrt[3]{8-x} + 4 \right]} \right\} \end{aligned}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{2x}{x(\sqrt{1+x}+1)} - \frac{-x}{x \left[ \sqrt[3]{(8-x)^2} + 2\sqrt[3]{8-x} + 4 \right]} \right\}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{2}{\sqrt{1+x}+1} + \frac{1}{\sqrt[3]{(8-x)^2} + 2\sqrt[3]{8-x} + 4} \right] = 1 + \frac{1}{12} = \frac{13}{12}.$$

**Câu 29:** Cho  $C = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - mx + m - 1}{x^2 - 1}$ ,  $m$  là tham số thực. Tìm  $m$  để  $C = 2$ .

**A.**  $m = -2$ .

**B.**  $m = 2$ .

**C.**  $m = 1$ .

**D.**  $m = -1$ .

**Lời giải**

$$C = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - mx + m - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 1) - m(x - 1)}{(x - 1)(x + 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 1 - m)}{(x - 1)(x + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 1 - m}{x + 1} = \frac{2 - m}{2}.$$

$$\text{Khi đó } C = 2 \Leftrightarrow \frac{2 - m}{2} = 2 \Leftrightarrow m = -2.$$

**Câu 30:** Cho bốn điểm  $A, B, C, D$  không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên  $AB, AD$  lần lượt lấy các điểm  $M$  và  $N$  sao cho  $MN$  cắt  $BD$  tại  $E$ . Điểm  $E$  không thuộc mặt phẳng nào sau đây?

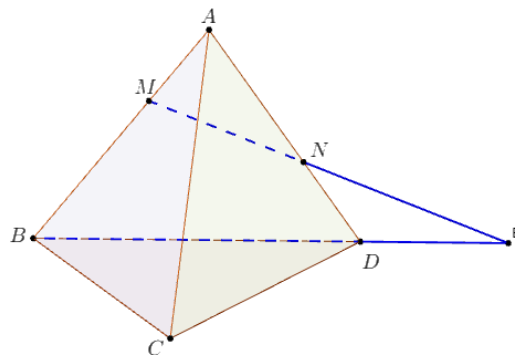
**A.**  $(ACD)$ .

**B.**  $(BCD)$ .

**C.**  $(ABD)$ .

**D.**  $(CMN)$ .

**Lời giải**



$$E \in BD \Rightarrow E \in (BCD) \text{ và } (ABD).$$

$$E \in MN \Rightarrow E \in (CMN).$$

**Câu 31:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I$  và  $J$  theo thứ tự là trung điểm của  $AD$  và  $AC$ ,  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(GIJ)$  và  $(BCD)$  là đường thẳng:

**A.** qua  $I$  và song song với  $AB$ .

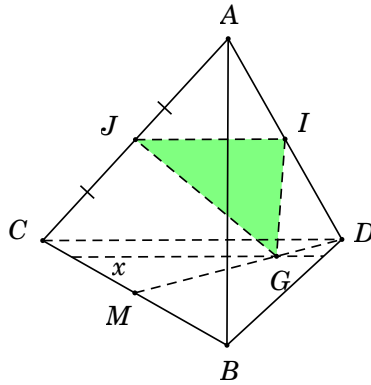
**B.** qua  $J$  và song song với  $BD$ .

**C.** qua  $G$  và song song với  $CD$ .

**D.** qua  $G$  và song song với  $BC$ .

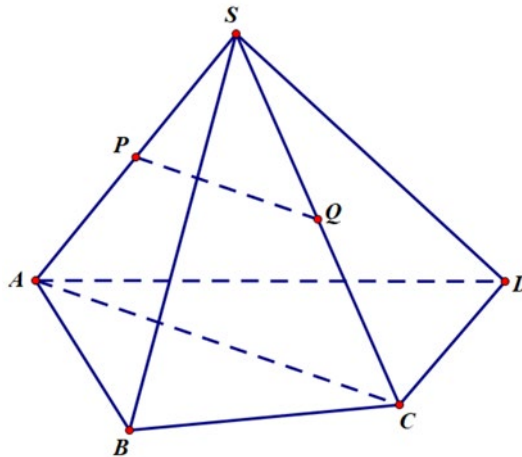
**Lời giải**





$$\text{Ta có } \begin{cases} (GIJ) \cap (BCD) = G \\ IJ \subset (GIJ), CD \subset (BCD) \\ IJ \parallel CD \end{cases} \longrightarrow (GIJ) \cap (BCD) = Gx \parallel IJ \parallel CD..$$

**Câu 32:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$ . Gọi  $P$  và  $Q$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $SC$ . Khẳng định nào sau đây đúng?



- A.**  $PQ \parallel (ABCD)$       **B.**  $PQ \parallel (SAB)$       **C.**  $PQ \parallel (SCD)$       **D.**  $PQ \parallel (SBC)$

**Lời giải**

$PQ$  là đường trung bình của  $\Delta SAC$  nên  $PQ \parallel AC$

$$\text{Ta có } \left. \begin{array}{l} PQ \parallel AC \\ AC \subset (ABCD) \\ PQ \not\subset (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow PQ \parallel (ABCD).$$

**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a$ ,  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ . Gọi  $M$  là điểm trên cạnh  $SA$  sao cho  $SM = 2MA$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  qua  $M$  và song song với  $(ABCD)$ . Tính diện tích của thiết diện hình chóp cắt bởi mặt phẳng  $(\alpha)$ .

- A.**  $\frac{2}{9}a^2$ .      **B.**  $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^2$ .      **C.**  $4a^2$ .      **D.**  $\frac{8a^2}{3}$ .

**Lời giải**

Gọi  $N, P, Q$  lần lượt là giao điểm của  $(\alpha)$  và các cạnh  $SB, SC, SD$ .

Vì  $(\alpha) \parallel (ABCD)$  nên  $(\alpha)$  cắt hình chóp  $S.ABCD$  theo thiết diện là hình thoi  $MNPQ$ .

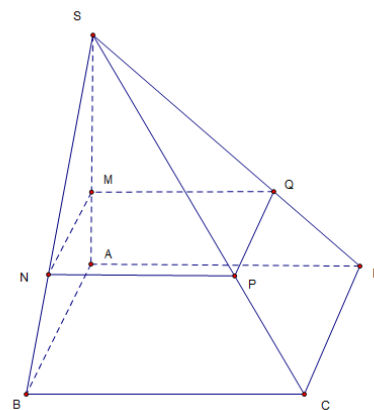
Vì  $(\alpha) \parallel (ABCD)$  nên theo định lí Talet, ta có

$$\frac{MN}{AB} = \frac{NP}{BC} = \frac{PQ}{CD} = \frac{QM}{AD} = \frac{2}{3}.$$

$$\Rightarrow MN = NP = PQ = MQ = \frac{2}{3}a$$

Khi đó  $(\alpha)$  cắt hình chóp theo thiết diện là hình bình hành

$$MNPQ \text{ có diện tích } S_{MNPQ} = MN.NP.\sin \widehat{MNP} = \frac{2\sqrt{3}}{9}a^2.$$



**Câu 34:** Thực nghiệm tính tuổi thọ (tính theo tháng) của 100 bóng đèn thấp thử như sau

Tuổi thọ của bóng đèn (Tính theo tháng)	Số bóng đèn
[14;15)	20
[15;16)	$x$
[16;17)	40
[17;18)	$y$

Tìm số bóng đèn có tuổi thọ chứa trong khoảng [16;18) (tháng) biết số trung vị là 16,5

A. 10.

B. 25.

C. 60.

D. 70.

**Lời giải**

Theo bài ra ta có  $20 + x + 40 + y = 100 \Leftrightarrow y = 40 - x$ . Điều kiện  $40 - x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 40$

Ta có bảng tần số ghép nhóm bao gồm cả tần số tích lũy như sau

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[14;15)	20	20
[15;16)	$x$	$20 + x$
[16;17)	40	$60 + x$
[17;18)	$40 - x$	100

Số phần tử của mẫu là  $n = 100$ . Ta có  $\frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50$ .

Trường hợp 1:  $20 < 50 \leq 20 + x \Leftrightarrow x \geq 30$ .

Khi đó  $M_e = 15 + \frac{50 - 20}{x} \times 1 = 16,5 \Leftrightarrow x = 20$  (loại)

Trường hợp 2:  $20 + x < 50 \leq 60 + x \Leftrightarrow 10 \leq x < 40$ .

Khi đó  $M_e = 16 + \frac{50 - (20 + x)}{40} \times 1 = 16,5 \Leftrightarrow x = 10$  (thỏa mãn).

Số bóng đèn có tuổi thọ chứa trong khoảng  $[16;18)$  (tháng) là  $40 + (40 - 10) = 70$  (bóng).

**Câu 35:** Người ta đếm số xe ô tô đi qua một trạm thu phí mỗi phút trong khoảng thời gian từ 9 giờ đến 9 giờ 30 phút sáng. Kết quả được ghi lại ở bảng sau:

15	16	13	21	17	23	15	21	6	11	12	23	19	25	11
25	7	29	10	28	29	24	6	11	23	11	21	9	27	15

Ghép các số liệu trên thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng  $[6;11)$ ,  $[11;16)$ ,  $[16;21)$ ,  $[21;25)$ ,  $[25;30)$ . Tính số trung bình cộng của mẫu số liệu sau khi ghép nhóm.

- A. 18,4.                      B. 18,7.                      C. 17,4.                      D. 17,7.

**Lời giải**

Ta có:

Số xe	$[6;10]$	$[11;15]$	$[16;20]$	$[21;25]$	$[26;30]$
Số lần	5	9	3	9	4
Giá trị đại diện	8	13	18	23	28

Khi đó số xe trung bình đi qua trạm trong mỗi phút xấp xỉ bằng:

$$x = \frac{5 \cdot 8 + 9 \cdot 13 + 3 \cdot 18 + 9 \cdot 23 + 4 \cdot 28}{30} = 17,7 \text{ (xe)}$$

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** Một bể chứa 5000 lít nước tinh khiết. Nước muối có chứa 30 gam muối trên mỗi lít nước được bơm vào bể với tốc độ 25 lít/phút.

a) Chứng minh rằng nồng độ muối của nước trong bể sau  $t$  phút là  $C(t) = \frac{30t}{200+t}$ .

b) Tính  $\lim_{t \rightarrow +\infty} C(t)$  và cho biết ý nghĩa của kết quả đó.

**Lời giải**

a) Sau  $t$  phút thì lượng muối trong bể là  $30 \cdot 25 \cdot t = 750t$  (g) và thể tích nước trong bể là  $5000 + 25t$  (l).

Vậy nồng độ muối của nước trong bể sau  $t$  phút là  $C(t) = \frac{750t}{5000 + 25t} = \frac{30t}{200+t}$  (g/l).

b) Ta có:  $\lim_{t \rightarrow +\infty} C(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{30t}{200+t} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{30}{\frac{200}{t} + 1} = \frac{30}{1} = 30$ .

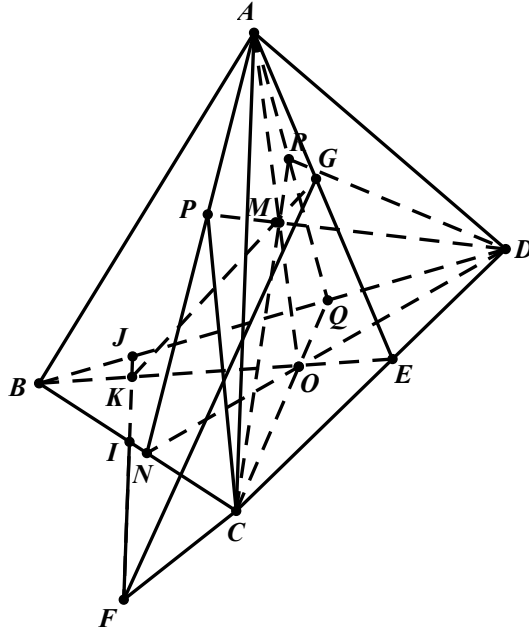
**Ý nghĩa:** Theo kết quả đó, ta thấy khi lượng nước trong bể tăng theo thời gian đến vô hạn thì nồng độ muối của nước sẽ tăng dần đến giá trị  $30$  (g/l), tức là xấp xỉ nồng độ muối của loại nước muối cho thêm vào bể.

**Câu 37:** Cho tứ diện  $ABCD$ ,  $O$  là một điểm thuộc miền trong tam giác  $BCD$ ,  $M$  là điểm trên đoạn  $AO$

a) Tìm giao tuyến của mặt phẳng  $(MCD)$  với các mặt phẳng  $(ABC)$ ,  $(ABD)$ .

b) Gọi  $I, J$  là các điểm tương ứng trên các cạnh  $BC$  và  $BD$  sao cho  $IJ$  không song song với  $CD$ . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(IJM)$  và  $(ACD)$ .

**Lời giải**



a) Trong  $(BCD)$  gọi  $N = DO \cap BC$ , trong  $(ADN)$  gọi  $P = DM \cap AN$

$$\Rightarrow \begin{cases} P \in DM \subset (CDM) \\ P \in AN \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow P \in (CDM) \cap (ABC)$$

Lại có  $C \in (CDM) \cap (ABC) \Rightarrow PC = (CDM) \cap (ABC)$ .

Tương tự, trong  $(BCD)$  gọi  $Q = CO \cap BD$ , trong  $(ACQ)$  gọi  $R = CM \cap AQ$

$$\Rightarrow \begin{cases} R \in CM \subset (CDM) \\ R \in AQ \subset (ABD) \end{cases} \Rightarrow R \in (CDM) \cap (ABD)$$

$\Rightarrow D$  là điểm chung thứ hai của  $(MCD)$  và  $(ABD)$  nên  $DR = (CDM) \cap (ABD)$ .

b) Trong  $(BCD)$  gọi  $E = BO \cap CD, F = IJ \cap CD, K = BE \cap IJ$ ;

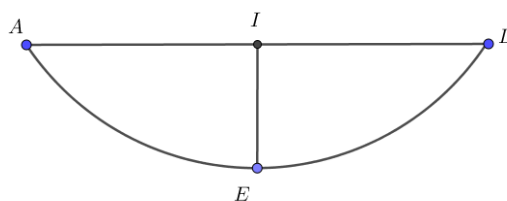
trong  $(ABE)$  gọi  $G = KM \cap AE$ .

Ta có:

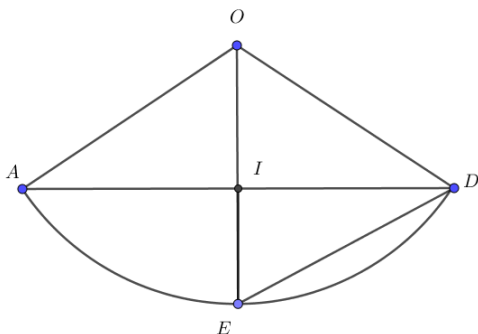
$$\begin{cases} F \in IJ \subset (IJM) \\ F \in CD \subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow F \in (IJM) \cap (ACD),$$

$$\begin{cases} G \in KM \subset (IJM) \\ G \in AE \subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow G \in (IJM) \cap (ACD).$$

**Câu 38:** Một tấm bìa (phần kẻ) là một phần của hình tròn. Bạn Bình đo được độ dài đoạn thẳng  $AD = 10$  cm, khoảng cách  $IE = 3$  cm với  $I$  là trung điểm của  $AD$  và  $IE \perp AD$ . Hỏi độ dài cung tròn  $AD$  bằng bao nhiêu?



**Lời giải**



Gọi  $O$  là tâm hình tròn chứa mảnh bìa. Khi đó  $ID = 5$  cm. Do tam giác  $OID$  vuông tại  $I$  nên ta có phương trình:  $(3 + OI)^2 = OI^2 + 5^2 \Leftrightarrow OI = \frac{8}{3} \Rightarrow R = 3 + \frac{8}{3} = \frac{17}{3}$ .

Trong tam giác vuông  $OID$  ta có:

$$\begin{aligned} \sin \widehat{EOD} &= \frac{ID}{R} = \frac{5}{\frac{17}{3}} = \frac{15}{17} \Rightarrow \cos \widehat{AOD} = \cos(2 \cdot \widehat{EOD}) = 1 - 2 \sin^2 \widehat{EOD} \\ &= 1 - 2 \cdot \frac{15^2}{17^2} = -\frac{161}{289} \Rightarrow \widehat{AOD} \approx 2,16 \text{ rad} \end{aligned}$$

Vậy độ dài cung tròn  $AD$  là:  $l \approx \frac{17}{3} \cdot 2,16 \approx 12,24$  cm.

**Câu 39:** Một đội thợ công nhân dùng gạch cỡ  $30 \times 30$  cm để lát nền cho một toà tháp gồm 7 tầng theo cấu trúc diện tích mặt sàn của tầng trên bằng một nửa diện tích mặt sàn của tầng dưới. Biết diện tích mặt đáy của tháp là  $16 \text{ m}^2$ , hỏi đội công nhân dự định dùng tối thiểu khoảng bao nhiêu viên gạch?

### Lời giải

Giả sử diện tích mặt sàn tầng 1 là  $S_1$  ( $\text{m}^2$ ).

Suy ra, diện tích mặt sàn tầng 2 là  $S_2 = \frac{1}{2} S_1$  ( $\text{m}^2$ );

Diện tích mặt sàn tầng 3 là  $S_3 = \frac{1}{2} S_2 = \frac{1}{2^2} S_1$  ( $\text{m}^2$ );

.....

Diện tích mặt sàn tầng 7 là  $S_7 = \frac{1}{2^6} S_1$  ( $\text{m}^2$ ).

Tổng diện tích mặt sàn của toà tháp là  $S = S_1 + S_2 + \dots + S_7 = S_1 \cdot \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^6} \right)$

$$= S_1 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^7}{1 - \frac{1}{2}} = 16 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^7}{1 - \frac{1}{2}} = 31,75 \text{ m}^2.$$

Số viên gạch cần dùng là  $31,75 : (0,3 \cdot 0,3) \approx 353$  viên.

Vậy phải dùng tối thiểu 353 viên gạch.

----- HẾT -----

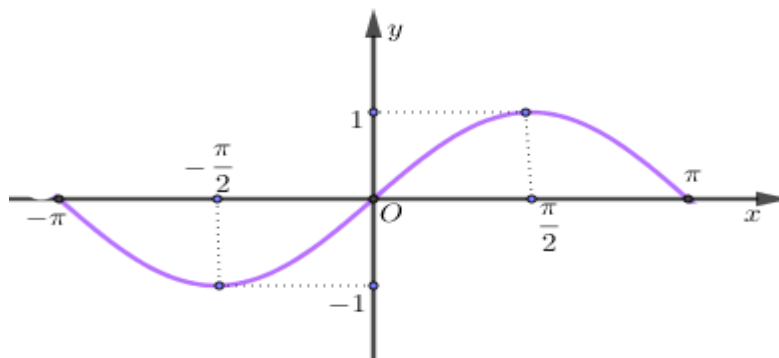
**ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI**  
**MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 05**

**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)**

**Câu 1:** Trên đường tròn lượng giác, cho góc lượng giác có số đo  $-\frac{\pi}{4}$  (rad) thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác trên đều có số đo dạng nào trong các dạng sau?

- A.**  $\frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .    **B.**  $-\frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .    **C.**  $-\frac{\pi}{4} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .    **D.**  $\frac{\pi}{4} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .

**Câu 2:** Trên khoảng  $(-\pi; \pi)$  đồ thị hàm số  $y = \sin x$  được cho như hình vẽ:



Hỏi hàm số  $y = \sin x$  nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A.**  $(-\pi; 0)$ .    **B.**  $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ .    **C.**  $(0; \pi)$ .    **D.**  $(\frac{\pi}{2}; \pi)$ .

**Câu 3:** Phương trình  $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$  có nghiệm là

- A.**  $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .    **B.**  $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .    **C.**  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .    **D.**  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 4:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào là dãy số tăng?

- A.**  $u_n = \frac{1}{2^n}$ .    **B.**  $u_n = \frac{1}{n}$ .    **C.**  $u_n = \frac{n+5}{3n+1}$ .    **D.**  $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$ .

**Câu 5:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 1, u_2 = 4$  thì  $u_3$  bằng

- A.** 16    **B.** 4.    **C.** 7.    **D.** 5.

**Câu 6:** Kết quả của giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 2n}{1 - 3n^2}$  là:

- A.**  $-\frac{1}{3}$ .    **B.**  $+\infty$ .    **C.**  $-\infty$ .    **D.**  $\frac{2}{3}$ .

**Câu 7:** Giá trị của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 + 7x + 11)$  là

- A.** 37.    **B.** 38.    **C.** 39.    **D.** 40.

**Câu 8:** Giá trị của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - x}{x - 1}$  là

- A.**  $-\frac{3}{2}$ .    **B.**  $\frac{1}{2}$ .    **C.**  $-\frac{1}{2}$ .    **D.**  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 9:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A.  $f(1)$  không tính được. B.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$ .  
 C.  $f(x)$  gián đoạn tại  $x = 1$ . D.  $f(x)$  liên tục tại  $x = 1$ .

**Câu 10:** Hàm số  $y = \frac{3}{x(x+1)(x+2)}$  liên tục tại điểm nào dưới đây?

- A.  $x = 0$ . B.  $x = -1$ . C.  $x = -2$ . D.  $x = 3$ .

**Câu 11:** Xác định giá trị  $f(0)$  để hàm số  $f(x) = \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x(x+1)}$  liên tục tại điểm  $x = 0$ .

- A.  $f(0) = 1$ . B.  $f(0) = 2$ . C.  $f(0) = 3$ . D.  $f(0) = 4$ .

**Câu 12:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A.  $A \in (SBC)$ . B.  $A \in (BCD)$ . C.  $A \in (SCD)$ . D.  $A \in (SBD)$ .

**Câu 13:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $d$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $d$  qua  $S$  và song song với  $BC$ . B.  $d$  qua  $S$  và song song với  $DC$ .  
 C.  $d$  qua  $S$  và song song với  $AB$ . D.  $d$  qua  $S$  và song song với  $BD$ .

**Câu 14:** Cho đường thẳng  $a$  nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$ , giả sử  $b \not\subset (\alpha)$ . Trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

Nếu  $b // (\alpha)$  thì  $b // a$ .

Nếu  $b$  cắt  $(\alpha)$  thì  $b$  cắt  $a$ .

Nếu  $b$  cắt  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  chứa  $b$  thì giao tuyến của  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  là đường thẳng cắt cả  $a$  và  $b$

Nếu  $b // a$  thì  $b // (\alpha)$ .

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

**Câu 15:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Đường thẳng  $AB$  song song với mặt phẳng nào dưới đây?

- A.  $(SAB)$ . B.  $(ABCD)$ . C.  $(SCD)$ . D.  $(SAC)$ .

**Câu 16:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(ABA')$  song song với mặt phẳng nào sau đây:

- A.  $(AA'C')$ . B.  $(CC'D')$ . C.  $(ADD')$ . D.  $(BB'A')$ .

**Câu 17:** Ta chỉ xét phép chiếu song song mà các đoạn thẳng hay đường thẳng không song song hoặc trùng với phương chiếu. Một tam giác vuông mà mặt phẳng chứa tam giác không song song với phương chiếu, có hình chiếu là:

- A. Một điểm. B. Một đoạn thẳng. C. Một tam giác. D. Một tam giác vuông.

**Câu 18:** Mức thưởng tết cho các nhân viên của một công ty được thống kê trong bảng sau:

Mức thưởng tết	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số nhân viên	13	35	47	25	10

Có bao nhiêu nhân viên trong công ty nhận được mức thưởng tết từ 15 triệu đồng đến dưới 20 triệu đồng?

- A. 5. B. 13. C. 47. D. 130.

**Câu 19:** Khảo sát thời gian tự học bài ở nhà của một số em học sinh lớp 11 thu được mẫu ghép nhóm số lượng như sau:

<b>Thời gian</b>	[0;30)	[30;60)	[60;90)	[90;120)	[120;150)
<b>Số học sinh</b>	9	10	9	15	7

Thời gian trung bình mỗi e tự học ở nhà là

- A.** 75,5 phút.      **B.** 85,6 phút.      **C.** 75,6 phút.      **D.** 94,5 phút.

**Câu 20:** Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập của một số học sinh thu được kết quả sau:

<b>Thời gian ( phút)</b>	[0;4)	[4;8)	[8;12)	[12;16)	[16;20)
<b>Số học sinh</b>	2	4	7	4	3

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A.**  $Q_3 = 13$ .      **B.**  $Q_3 = 14$ .      **C.**  $Q_3 = 15$ .      **D.**  $Q_3 = 12$ .

**Câu 21:** Cho tam giác  $\Delta ABC$  có  $\tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \tan \frac{A}{2}$  bằng

- A.** 0      **B.** -1.      **C.** 2.      **D.** 1

**Câu 22:** Trong các hàm số sau đây, hàm nào có đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng?

- A.**  $y = \tan x$ .      **B.**  $y = \sin^3 x$ .      **C.**  $y = \sin x$ .      **D.**  $y = \cos x$ .

**Câu 23:** Dãy số nào trong các dãy số sau đây là dãy số bị chặn?

- A.**  $(u_n), u_n = \frac{n}{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ .      **B.**  $(u_n), u_n = n+1 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ .  
**C.**  $(u_n), u_n = -n \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ .      **D.**  $(u_n), u_n = n^2 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**Câu 24:** Một công ty thực hiện việc trả lương cho các công nhân theo phương thức sau: Mức lương của quý làm việc đầu tiên cho công ty là 13,5 triệu đồng/ quý, và kể từ quý làm việc thứ hai, mức lương sẽ được tăng thêm 500.000 đồng mỗi quý. Tính tổng số tiền lương một công nhân nhận được sau ba năm làm việc cho công ty.

- A.** 228 triệu đồng.      **B.** 114 triệu đồng.      **C.** 198 triệu đồng.      **D.** 195 triệu đồng.

**Câu 25:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = -2u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ . Số 3072 là số hạng thứ mấy.

- A.** 9.      **B.** 10.      **C.** 12.      **D.** 11.

**Câu 26:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $a$  thỏa mãn  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 8n} - n + a^2) = 0$ ?

- A.** 0.      **B.** 2.      **C.** 1.      **D.** Vô số.

**Câu 27:** Giới hạn  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n-3)(3n+1)}{6n^2 + n + 1}$  bằng:

- A.** 1.      **B.** 0.      **C.**  $-\infty$ .      **D.**  $+\infty$ .

**Câu 28:** Biết  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 2x + 1}}{4x - 1} = -\frac{\sqrt{a}}{b}$  ( $a, b \in \mathbb{N}^*, (a, b) = 1$ ). Tính  $a + b$

- A.** 0.      **B.** 2.      **C.** 5.      **D.** 7.

**Câu 29:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1} - 1}{x}$ .

- A.** 1.      **B.** 2.      **C.** 5.      **D.** 4.



**Câu 30:** Trong mặt phẳng  $(\alpha)$ , cho tứ giác  $ABCD$  có  $AB$  cắt  $CD$  tại  $E$ ,  $AC$  cắt  $BD$  tại  $F$ ,  $S$  là điểm không thuộc  $(\alpha)$ . Giao tuyến của  $(SAB)$  và  $(SCD)$  là

A.  $AC$ .                      B.  $SE$ .                      C.  $SF$ .                      D.  $SD$ .

**Câu 31:** Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BC$ ,  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(GIJ)$  và  $(BCD)$  là đường thẳng

A. qua  $I$  và song song với  $AB$ .                      B. qua  $J$  và song song với  $BD$ .  
 C. qua  $G$  và song song với  $CD$ .                      D. qua  $G$  và song song với  $BC$

**Câu 32:** Cho hai đường thẳng phân biệt  $a, b$  và mặt phẳng  $(\alpha)$ . Giả sử  $a \parallel b, b \parallel (\alpha)$ . Khi đó

A.  $a \parallel (\alpha)$ .                      B.  $a \subset (\alpha)$ .  
 C.  $a$  cắt  $(\alpha)$ .                      D.  $a \parallel (\alpha)$  hoặc  $a \subset (\alpha)$ .

**Câu 33:** Cho hình chóp đều  $S.ABC$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt thuộc các cạnh  $SA, AB, AC$  sao cho  $SM = 2MA, AN = 2NB, AP = 2PC$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $\Delta SBC$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua  $G$  và song song với mặt phẳng  $(ABC)$ . Thiết diện của hình đa diện  $SBCMNP$  cắt bởi mặt phẳng  $(\alpha)$  là hình gì

A. Tam giác đều.                      B. Hình tứ giác nhưng không phải là hình thang.  
 C. Hình thang.                      D. Tam giác cân nhưng không phải tam giác đều.

**Câu 34:** Khảo sát doanh thu của các cửa hàng ta có bảng số liệu sau

Doanh thu (triệu đồng)	Cửa hàng
[200; 400)	8
[400; 500)	12
[500; 600)	25
[600; 800)	25
[800; 1000]	9
$n = 79$	

Tính tổng tứ phân vị thứ nhất và tứ phân vị thứ ba của doanh thu

A. 1211,92.                      B. 1121,92.                      C. 714.                      D. 814,92.

**Câu 35:** Một cửa hàng đã ghi lại số tiền bán xăng cho 35 khách hàng đi xe máy. Vì một lí do nào đó, cửa hàng chỉ có mẫu số liệu ghép nhóm dạng sau:

Số tiền (nghìn đồng)	[0; 30)	[30; 60)	[60; 90)	[90; 120)
Số khách hàng	3	$x$	10	7

Biết giá trị trung bình của mẫu số liệu là 63 nghìn đồng. Có bao nhiêu khách hàng đổ xăng từ 30 nghìn đồng đến 60 nghìn đồng?

A. 15.                      B. 16.                      C. 17.                      D. 18.

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** Gọi  $a, b$  là các giá trị để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 1}, & x < -1 \\ x + 1, & x \geq -1 \end{cases}$  có giới hạn hữu hạn khi  $x$  dần tới

$-1$ . Tính  $a - b$ .

**Câu 37:** Cho tứ diện  $ABCD$ ,  $M$  là một điểm bên trong tam giác  $ABD$ ,  $N$  là một điểm bên trong tam giác  $ACD$ . Tìm giao tuyến của  $(AMN)$  và  $(BCD)$

**Câu 38:** Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A trong ngày thứ  $t$  của năm 2023 được cho bởi một hàm số  $y = 4 \sin\left[\frac{\pi}{178}(t - 60)\right] + 10$  với  $t \in \mathbb{Z}$  và  $1 \leq t \leq 365$ . Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

**Câu 39:** Cho hình vuông  $C_1$  có cạnh bằng 1,  $C_2$  là hình vuông có các đỉnh là các trung điểm của cạnh hình vuông  $C_1$ . Tương tự, gọi  $C_3$  là hình vuông có các đỉnh là trung điểm của các cạnh hình vuông  $C_2$ . Tiếp tục như vậy ta được một dãy các hình vuông  $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n, \dots$ . Tính tổng diện tích của 10 hình vuông đầu tiên của dãy.

----- HẾT -----

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

### I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Trên đường tròn lượng giác, cho góc lượng giác có số đo  $-\frac{\pi}{4}$  (rad) thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác trên đều có số đo dạng nào trong các dạng sau?

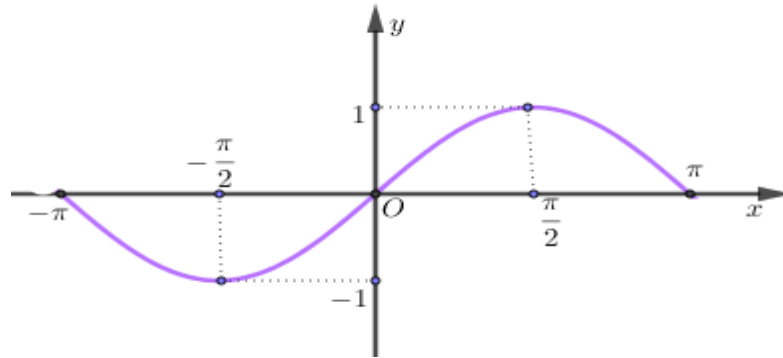
- A.  $\frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .    B.  $-\frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .    C.  $-\frac{\pi}{4} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .    D.  $\frac{\pi}{4} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .

**Lời giải**

Góc lượng giác có số đo  $-\frac{\pi}{4}$  (rad) thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc

lượng giác trên đều có số đo dạng  $-\frac{\pi}{4} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 2:** Trên khoảng  $(-\pi; \pi)$  đồ thị hàm số  $y = \sin x$  được cho như hình vẽ:



Hỏi hàm số  $y = \sin x$  nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A.  $(-\pi; 0)$ .    B.  $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ .    C.  $(0; \pi)$ .    D.  $(\frac{\pi}{2}; \pi)$ .

**Lời giải**

Từ hình vẽ, ta thấy đồ thị hàm số  $y = \sin x$  “đi xuống” trên khoảng  $(\frac{\pi}{2}; \pi)$ , do đó hàm số nghịch biến trong khoảng  $(\frac{\pi}{2}; \pi)$ .

**Câu 3:** Phương trình  $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$  có nghiệm là

- A.  $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .    B.  $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .    C.  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .    D.  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{3} = k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

**Câu 4:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào là dãy số tăng?

- A.  $u_n = \frac{1}{2^n}$ .    B.  $u_n = \frac{1}{n}$ .    C.  $u_n = \frac{n+5}{3n+1}$ .    D.  $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$ .

**Lời giải**

Vì  $2^n; n$  là các dãy dương và tăng nên  $\frac{1}{2^n}; \frac{1}{n}$  là các dãy giảm, do đó loại các đáp án A và

**B.**

$$\text{Xét đáp án C: } u_n = \frac{n+5}{3n+1} \longrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{3}{2} \\ u_2 = \frac{7}{6} \end{cases} \longrightarrow u_1 > u_2 \longrightarrow \text{loại } \mathbf{C.}$$

$$\text{Xét đáp án D: } u_n = \frac{2n-1}{n+1} = 2 - \frac{3}{n+1} \Rightarrow u_{n+1} - u_n = 3 \left( \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right) > 0$$

**Câu 5:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 1, u_2 = 4$  thì  $u_3$  bằng

**A.** 16

**B.** 4.

**C.** 7.

**D.** 5.

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } q = \frac{u_2}{u_1} = 4 \Rightarrow u_3 = 16$$

**Câu 6:** Kết quả của giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 2n}{1 - 3n^2}$  là:

**A.**  $-\frac{1}{3}$ .

**B.**  $+\infty$ .

**C.**  $-\infty$ .

**D.**  $\frac{2}{3}$ .

**Lời giải**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 2n}{1 - 3n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left( 1 - \frac{2}{n^2} \right)}{n^2 \left( \frac{1}{n^2} - 3 \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \frac{1 - \frac{2}{n^2}}{\frac{1}{n^2} - 3}. \text{ Ta có}$$

$$\begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} n = +\infty \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{2}{n^2}}{\frac{1}{n^2} - 3} = -\frac{1}{3} < 0 \end{cases} \longrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 2n}{1 - 3n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \frac{1 - \frac{2}{n^2}}{\frac{1}{n^2} - 3} = -\infty$$

$$\text{Giải nhanh: } \frac{n^3 - 2n}{1 - 3n^2} \sim \frac{n^3}{-3n^2} = -\frac{1}{3}n \longrightarrow -\infty.$$

**Câu 7:** Giá trị của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 + 7x + 11)$  là

**A.** 37.

**B.** 38.

**C.** 39.

**D.** 40.

**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 + 7x + 11) = 3 \cdot 2^2 + 7 \cdot 2 + 11 = 37$$

**Câu 8:** Giá trị của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - x}{x - 1}$  là

**A.**  $-\frac{3}{2}$ .

**B.**  $\frac{1}{2}$ .

**C.**  $-\frac{1}{2}$ .

**D.**  $\frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3x^2+1}-x}{x-1} = \frac{\sqrt{3+1}+1}{-1-1} = -\frac{3}{2}$

**Câu 9:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A.  $f(1)$  không tính được.

B.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$ .

C.  $f(x)$  gián đoạn tại  $x = 1$ .

D.  $f(x)$  liên tục tại  $x = 1$ .

**Lời giải**

Ta có: Hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 2 \text{ và } f(1) = 2.$$

Suy ra hàm số đã cho liên tục tại  $x = 1$ .

**Câu 10:** Hàm số  $y = \frac{3}{x(x+1)(x+2)}$  liên tục tại điểm nào dưới đây?

A.  $x = 0$ .

B.  $x = -1$ .

C.  $x = -2$ .

D.  $x = 3$ .

**Lời giải**

Ta có: Tập xác định của hàm số  $y = \frac{3}{x(x+1)(x+2)}$  là  $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; -1; 0\}$ . Vậy hàm số đã cho

liên tục trên các khoảng xác định của nó.

Suy ra hàm số liên tục tại điểm  $x = 3$ .

**Câu 11:** Xác định giá trị  $f(0)$  để hàm số  $f(x) = \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x(x+1)}$  liên tục tại điểm  $x = 0$ .

A.  $f(0) = 1$ .

B.  $f(0) = 2$ .

C.  $f(0) = 3$ .

D.  $f(0) = 4$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x(x+1)(\sqrt{2x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{(x+1)(\sqrt{2x+1}+1)} = 1$$

Để hàm số liên tục tại điểm  $x = 0$  thì  $f(0) = 1$ .

**Câu 12:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

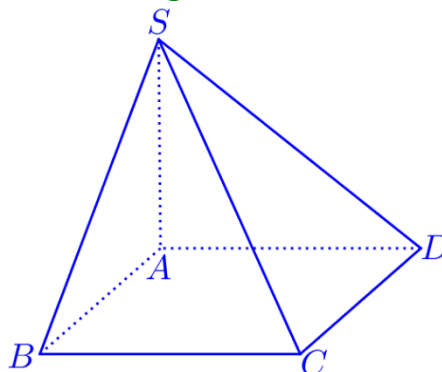
A.  $A \in (SBC)$ .

B.  $A \in (BCD)$ .

C.  $A \in (SCD)$ .

D.  $A \in (SBD)$ .

**Lời giải**

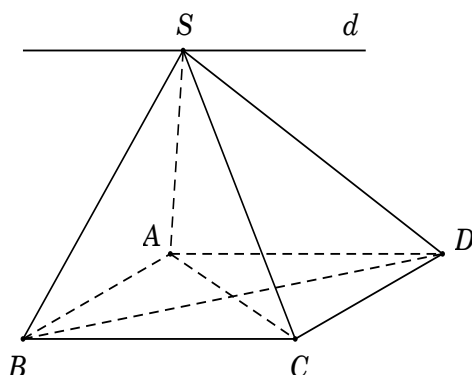


Ta có  $A \in (BCD)$ .

**Câu 13:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $d$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.**  $d$  qua  $S$  và song song với  $BC$ .                      **B.**  $d$  qua  $S$  và song song với  $DC$ .  
**C.**  $d$  qua  $S$  và song song với  $AB$ .                      **D.**  $d$  qua  $S$  và song song với  $BD$ .

**Lời giải**



$$\text{Ta có } \left\{ \begin{array}{l} (SAD) \cap (SBC) = S \\ AD \subset (SAD), BC \subset (SBC) \\ AD \parallel BC \end{array} \right. \longrightarrow (SAD) \cap (SBC) = Sx \parallel AD \parallel BC.$$

**Câu 14:** Cho đường thẳng  $a$  nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$ , giả sử  $b \not\subset (\alpha)$ . Trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

Nếu  $b \parallel (\alpha)$  thì  $b \parallel a$ .

Nếu  $b$  cắt  $(\alpha)$  thì  $b$  cắt  $a$ .

Nếu  $b$  cắt  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  chứa  $b$  thì giao tuyến của  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  là đường thẳng cắt cả  $a$  và  $b$

Nếu  $b \parallel a$  thì  $b \parallel (\alpha)$ .

- A.** 1.                                      **B.** 2.                                      **C.** 3.                                      **D.** 4.

**Lời giải**

sai vì nếu  $b \parallel (\alpha)$  thì  $b \parallel a$  hoặc  $a, b$  chéo nhau.

sai vì nếu  $b$  cắt  $(\alpha)$  thì  $b$  cắt  $a$  hoặc  $a, b$  chéo nhau.

sai vì nếu  $b$  cắt  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  chứa  $b$  thì giao tuyến của  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  là đường thẳng cắt  $a$  hoặc song song với  $a$  hoặc trùng với  $a$ .

Nếu  $b \parallel a$  thì  $b \parallel (\alpha)$  đúng.

Vậy có 1 khẳng định đúng.

**Câu 15:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Đường thẳng  $AB$  song song với mặt phẳng nào dưới đây?

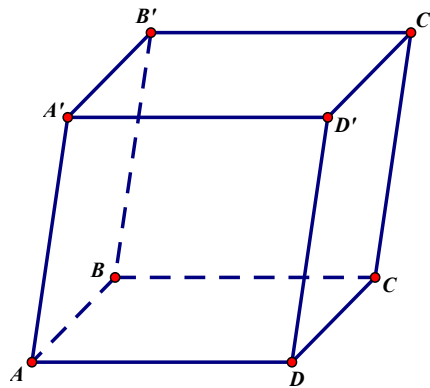
- A.**  $(SAB)$ .                              **B.**  $(ABCD)$ .                              **C.**  $(SCD)$ .                              **D.**  $(SAC)$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \left. \begin{array}{l} AB \parallel CD \\ CD \subset (SCD) \\ AB \not\subset (SCD) \end{array} \right\} \Rightarrow AB \parallel (SCD).$$

**Câu 16:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(ABA')$  song song với mặt phẳng nào sau đây:

- A.  $(AA'C')$ .      B.  $(CC'D')$ .      C.  $(ADD')$ .      D.  $(BB'A')$ .



**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \begin{cases} CC' // AA' \\ CC' \notin (ABA') \Rightarrow CC' // (ABA'), \text{ tương tự } C'D' // (ABA') \\ AA' \subset (ABA') \end{cases}$$

$$\text{Mặt khác: } \begin{cases} CC', C'D' \subset (CC'D') \\ CC' \cap C'D' = \{C'\} \Rightarrow (CC'D') // (ABA'). \\ CC' // (ABA'), C'D' // (ABA') \end{cases}$$

**Câu 17:** Ta chỉ xét phép chiếu song song mà các đoạn thẳng hay đường thẳng không song song hoặc trùng với phương chiếu. Một tam giác vuông mà mặt phẳng chứa tam giác không song song với phương chiếu, có hình chiếu là:

- A. Một điểm.      B. Một đoạn thẳng.      C. Một tam giác.      D. Một tam giác vuông.

**Lời giải**

**Câu 18:** Mức thưởng tết cho các nhân viên của một công ty được thống kê trong bảng sau:

Mức thưởng tết	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số nhân viên	13	35	47	25	10

Có bao nhiêu nhân viên trong công ty nhận được mức thưởng tết từ 15 triệu đồng đến dưới 20 triệu đồng?

- A. 5.      B. 13.      C. 47.      D. 130.

**Lời giải**

Số nhân viên trong công ty nhận được mức thưởng tết từ 15 triệu đồng đến dưới 20 triệu đồng là 47.

**Câu 19:** Khảo sát thời gian tự học bài ở nhà của một số em học sinh lớp 11 thu được mẫu ghép nhóm số lượng như sau:

Thời gian	[0;30)	[30;60)	[60;90)	[90;120)	[120;150)
Số học sinh	9	10	9	15	7

Thời gian trung bình mỗi e tự học ở nhà là

- A. 75,5 phút.      B. 85,6 phút.      C. 75,6 phút.      D. 94,5 phút.

**Lời giải**

Thời gian	[0;30)	[30;60)	[60;90)	[90;120)	[120;150)
Giá trị đại diện	15	45	75	105	135
Số học sinh	9	10	9	15	7

Thời gian trung bình các e tự học ở nhà là  

$$\frac{9.15+10.45+9.75+15.105+7.135}{50} = 75,6.$$

**Câu 20:** Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian ( phút)	[0;4)	[4;8)	[8;12)	[12;16)	[16;20)
Số học sinh	2	4	7	4	3

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A.**  $Q_3 = 13.$                       **B.**  $Q_3 = 14.$                       **C.**  $Q_3 = 15.$                       **D.**  $Q_3 = 12.$

**Lời giải**

Cỡ mẫu:  $n = 2 + 4 + 7 + 4 + 3 = 20.$

Tứ phân vị thứ ba  $Q_3$  là  $\frac{x_{15} + x_{16}}{2}$ . Do  $x_{15}, x_{16}$  đều thuộc nhóm [12;16) nên nhóm này chứa  $Q_3$ .

Do đó:  $p = 4, a_4 = 12, m_4 = 4, m_1 + m_2 + m_3 = 2 + 4 + 7 = 13, a_5 - a_4 = 4.$  Ta có:

$$Q_3 = 12 + \frac{\frac{3.20}{4} - 13}{4} . 4 = 14.$$

**Câu 21:** Cho tam giác  $\Delta ABC$  có  $\tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \tan \frac{A}{2}$  bằng

- A.** 0                      **B.** -1.                      **C.** 2.                      **D.** 1

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \tan\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cot \frac{C}{2} \Leftrightarrow \frac{\tan \frac{A}{2} + \tan \frac{B}{2}}{1 - \tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2}} = \frac{1}{\tan \frac{C}{2}}$$

$$\Leftrightarrow \tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \tan \frac{A}{2} = 1$$

**Câu 22:** Trong các hàm số sau đây, hàm nào có đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng?

- A.**  $y = \tan x.$                       **B.**  $y = \sin^3 x.$                       **C.**  $y = \sin x.$                       **D.**  $y = \cos x.$

**Lời giải**

Ta có  $\cos(-x) = \cos x, \forall x \in \mathbb{R}.$

$\Rightarrow y = \cos x$  là hàm số chẵn trên  $\mathbb{R}.$

$\Rightarrow$  đồ thị hàm số  $y = \cos x$  nhận trục tung làm trục đối xứng

**Câu 23:** Dãy số nào trong các dãy số sau đây là dãy số bị chặn?

- A.**  $(u_n), u_n = \frac{n}{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*.$                       **B.**  $(u_n), u_n = n+1 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*.$   
**C.**  $(u_n), u_n = -n \quad \forall n \in \mathbb{N}^*.$                       **D.**  $(u_n), u_n = n^2 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*.$

**Lời giải**

Xét dãy  $(u_n), u_n = \frac{n}{n+1}; \forall n \in \mathbb{N}^*.$  Ta có  $0 < n < n+1; \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow 0 < \frac{n}{n+1} < 1; \forall n \in \mathbb{N}^*$  nên

$0 < u_n < 1; \forall n \in \mathbb{N}^*.$  Suy ra dãy số  $(u_n)$  bị chặn.

Xét dãy  $(u_n), u_n = n+1; \forall n \in \mathbb{N}^*$  ta có  $u_n = n+1 \geq 2; \forall n \in \mathbb{N}^*$  nên dãy số  $(u_n)$  bị chặn dưới.



Xét dãy  $(u_n)$ ,  $u_n = -n; \forall n \in \mathbb{N}^*$  ta có  $u_n = -n \leq -1; \forall n \in \mathbb{N}^*$  nên dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên.

Xét dãy  $(u_n)$ ,  $u_n = n^2; \forall n \in \mathbb{N}^*$  ta có  $u_n = n^2 \geq 1; \forall n \in \mathbb{N}^*$  nên dãy số  $(u_n)$  bị chặn dưới.

**Câu 24:** Một công ty thực hiện việc trả lương cho các công nhân theo phương thức sau: Mức lương của quý làm việc đầu tiên cho công ty là 13,5 triệu đồng/ quý, và kể từ quý làm việc thứ hai, mức lương sẽ được tăng thêm 500.000 đồng mỗi quý. Tính tổng số tiền lương một công nhân nhận được sau ba năm làm việc cho công ty.

- A. 228 triệu đồng.      B. 114 triệu đồng.      C. 198 triệu đồng.      **D. 195 triệu đồng.**

**Lời giải**

Đơn vị: Triệu đồng

Ta thấy tổng số tiền lương trong ba năm là tổng 12 số hạng đầu tiên của cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 13,5; d = 0,5$  nên tổng số tiền lương một công nhân nhận được sau ba năm làm việc cho

$$\text{công ty là } S_{12} = \frac{12(2.13,5 + (12-1)0,5)}{2} = 195 \text{ Triệu đồng.}$$

**Câu 25:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = -2u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ . Số 3072 là số hạng thứ mấy.

- A. 9.      B. 10.      C. 12.      **D. 11**

**Lời giải**

$$\text{Từ giả thiết } u_{n+1} = -2u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow q = \frac{u_{n+1}}{u_n} = -2$$

Áp dụng công thức tổng quát của cấp số nhân  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}, \forall n \geq 2$

$$\text{Ta có: } 3072 = 3 \cdot (-2)^{n-1} \Leftrightarrow (-2)^{n-1} = (-2)^{10} \Leftrightarrow n-1 = 10 \Leftrightarrow n = 11$$

**Câu 26:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $a$  thỏa mãn  $\lim(\sqrt{n^2 - 8n} - n + a^2) = 0$ ?

- A. 0.      **B. 2**      C. 1.      D. Vô số.

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim(\sqrt{n^2 - 8n} - n + a^2) = 0 \Leftrightarrow \lim\left(\frac{n^2 - 8n - n^2}{\sqrt{n^2 - 8n} + n} + a^2\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \lim\left(\frac{-8n}{\sqrt{n^2 - 8n} + n} + a^2\right) = 0 \Leftrightarrow \lim\left(\frac{-8}{\sqrt{1 - \frac{8}{n}} + 1} + a^2\right) = 0 \Leftrightarrow -4 + a^2 = 0 \Leftrightarrow a = \pm 2$$

Kết hợp  $a \in \mathbb{Z} \Rightarrow$  có 2 giá trị của  $a$ .

**Câu 27:** Giới hạn  $L = \lim \frac{(2n-3)(3n+1)}{6n^2 + n + 1}$  bằng:

- A. 1**      B. 0.      C.  $-\infty$ .      D.  $+\infty$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } L = \lim \frac{(2n-3)(3n+1)}{6n^2 + n + 1} = \lim \frac{n\left(2 - \frac{3}{n}\right) \cdot n\left(3 + \frac{1}{n}\right)}{n^2\left(6 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}\right)}$$

$$= \lim \frac{\left(2 - \frac{3}{n}\right) \cdot \left(3 + \frac{1}{n}\right)}{6 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}} = \frac{2 \cdot 3}{6} = 1.$$

**Câu 28:** Biết  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 2x + 1}}{4x - 1} = -\frac{\sqrt{a}}{b}$  ( $a, b \in \mathbb{N}^*$ ,  $(a, b) = 1$ ). Tính  $a + b$

A. 0.

B. 2.

C. 5.

**D. 7.**

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 2x + 1}}{4x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{3 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}}{4 - \frac{1}{x}} = -\frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow a + b = 7.$$

**Câu 29:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1} - 1}{x}$ .

**A. 1**

B. 2.

C. 5.

**D. 4.**

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{1+2x} - 1)(\sqrt{1+2x} + 1)}{x(\sqrt{1+2x} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x(\sqrt{1+2x} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{\sqrt{1+2x} + 1} = 1.$$

**Câu 30:** Trong mặt phẳng  $(\alpha)$ , cho tứ giác  $ABCD$  có  $AB$  cắt  $CD$  tại  $E$ ,  $AC$  cắt  $BD$  tại  $F$ ,  $S$  là điểm không thuộc  $(\alpha)$ . Giao tuyến của  $(SAB)$  và  $(SCD)$  là

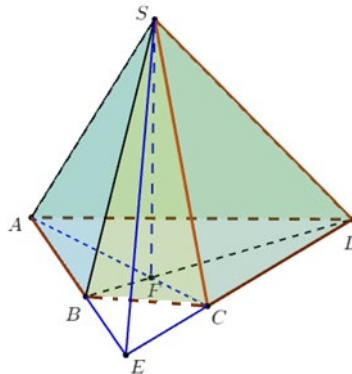
A.  $AC$ .

**B.  $SE$ .**

C.  $SF$ .

D.  $SD$ .

**Lời giải**



Hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  có hai điểm chung là  $S$  và  $E$  nên có giao tuyến là đường thẳng  $SE$ .

**Câu 31:** Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BC$ ,  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(GIJ)$  và  $(BCD)$  là đường thẳng

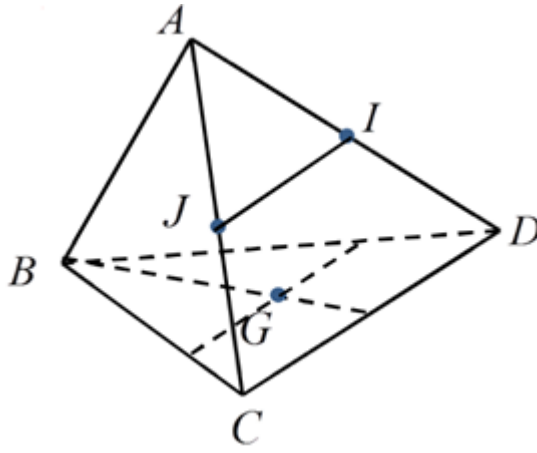
A. qua  $I$  và song song với  $AB$ .

B. qua  $J$  và song song với  $BD$ .

**C. qua  $G$  và song song với  $CD$ .**

D. qua  $G$  và song song với  $BC$

**Lời giải**



Gọi  $d$  là giao tuyến của  $(GIJ)$  và  $(BCD)$

$$\text{Ta có } \begin{cases} G \in (GIJ) \cap (BCD) \\ IJ \parallel CD \\ IJ \subset (GIJ) \\ CD \subset (BCD) \end{cases}$$

Suy ra  $d$  đi qua  $G$  và song song với  $CD$

**Câu 32:** Cho hai đường thẳng phân biệt  $a, b$  và mặt phẳng  $(\alpha)$ . Giả sử  $a \parallel b, b \parallel (\alpha)$ . Khi đó

- A.**  $a \parallel (\alpha)$ .                      **B.**  $a \subset (\alpha)$ .  
**C.**  $a$  cắt  $(\alpha)$ .                      **D.**  $a \parallel (\alpha)$  hoặc  $a \subset (\alpha)$ .

**Lời giải**

Vì  $b \parallel (\alpha)$  nên tồn tại đường thẳng  $c \subset (\alpha)$  thỏa mãn  $b \parallel c$ . Mà  $a \parallel b$  suy ra  $a \parallel c$  hoặc  $a \equiv c$ .

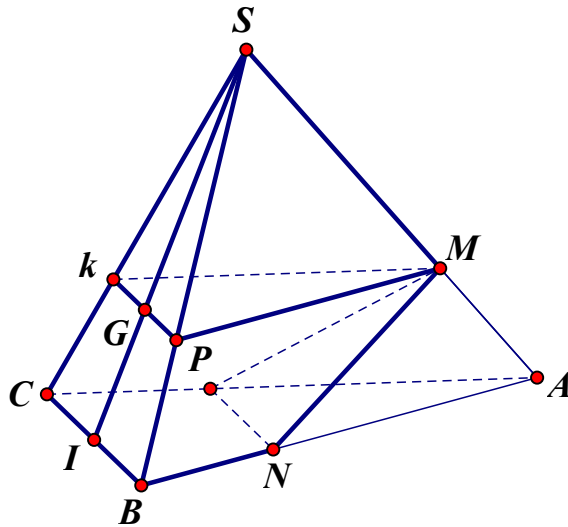
Nếu  $a \equiv c$  thì  $a \subset (\alpha)$ .

Nếu  $a \parallel c, c \subset (\alpha)$  thì  $a \parallel (\alpha)$  hoặc  $a \subset (\alpha)$ .

**Câu 33:** Cho hình chóp đều  $S.ABC$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt thuộc các cạnh  $SA, AB, AC$  sao cho  $SM = 2MA, AN = 2NB, AP = 2PC$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $\Delta SBC$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua  $G$  và song song với mặt phẳng  $(ABC)$ . Thiết diện của hình đa diện  $SBCMNP$  cắt bởi mặt phẳng  $(\alpha)$  là hình gì

- A.** Tam giác đều.                      **B.** Hình tứ giác nhưng không phải là hình thang.  
**C.** Hình thang.                      **D.** Tam giác cân nhưng không phải tam giác đều.

**Lời giải**



Gọi  $P, K$  lần lượt là các điểm trên cạnh  $SB, SC$  sao cho  $SP = 2PB, SK = 2KC$  khi đó mặt phẳng  $(MPK)$  qua  $G$  và song song với mặt phẳng  $(ABC)$  suy ra thiết diện của hình đa diện  $SBCMNP$  cắt bởi mặt phẳng  $(\alpha)$  là tam giác  $\Delta MPK$ . Ta có tam giác  $\Delta MPK$  đồng dạng với tam giác  $\Delta ABC$  nên tam giác  $\Delta MPK$  là tam giác đều.

**Câu 34:** Khảo sát doanh thu của các cửa hàng ta có bảng số liệu sau

Doanh thu (triệu đồng)	Cửa hàng
$[200; 400)$	8
$[400; 500)$	12
$[500; 600)$	25
$[600; 800)$	25
$[800; 1000]$	9
$n = 79$	

Tính tổng tứ phân vị thứ nhất và tứ phân vị thứ ba của doanh thu

**A.** 1211,92.

**B.** 1121,92.

**C.** 714.

**D.** 814,92.

**Lời giải**

Ta có bảng tần số ghép nhóm bao gồm cả tần số tích lũy như sau

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
$[200; 400)$	8	8
$[400; 500)$	12	20
$[500; 600)$	25	45
$[600; 800)$	25	70
$[800; 1000]$	9	79
$n = 79$		

Số phần tử của mẫu là  $n = 79$ . Ta có  $\frac{n}{4} = \frac{79}{4} = 19,75$ .

Mà  $8 < 19,75 \leq 20$  nên nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 19,75

Xét nhóm 2 là nhóm  $[400;500)$  có  $s = 400, h = 100, n_2 = 12$ . Nhóm 1 là nhóm  $[200;400)$  có tần

số tích lũy  $cf_1 = 8$ , áp dụng công thức về tứ phân vị thứ nhất  $Q_1 = 400 + \frac{\frac{79}{4} - 8}{12} \cdot 100 = 497,92$

Số phần tử của mẫu là  $n = 79$ . Ta có  $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 79}{4} = 59,25$ .

Mà  $45 < 59,25 \leq 70$  nên nhóm 4 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 59,25

Xét nhóm 4 là nhóm  $[600;800)$  có  $t = 600, l = 200, n_4 = 25$ . Nhóm 3 là nhóm  $[500;600)$  có tần

số tích lũy  $cf_3 = 45$ , áp dụng công thức về tứ phân vị thứ nhất  $Q_3 = 600 + \frac{\frac{3 \cdot 79}{4} - 45}{25} \cdot 200 = 714$

Vậy tổng tứ phân vị thứ nhất và tứ phân vị thứ ba là  $Q_1 + Q_3 = 497,92 + 714 = 1211,92$ .

**Câu 35:** Một cửa hàng đã ghi lại số tiền bán xăng cho 35 khách hàng đi xe máy. Vì một lí do nào đó, cửa hàng chỉ có mẫu số liệu ghép nhóm dạng sau:

Số tiền (nghìn đồng)	$[0;30)$	$[30;60)$	$[60;90)$	$[90;120)$
Số khách hàng	3	$x$	10	7

Biết giá trị trung bình của mẫu số liệu là 63 nghìn đồng. Có bao nhiêu khách hàng đổ xăng từ 30 nghìn đồng đến 60 nghìn đồng?

**A. 15.**

**B. 16.**

**C. 17.**

**D. 18.**

**Lời giải**

Ta có:

Số tiền (nghìn đồng)	$[0;30)$	$[30;60)$	$[60;90)$	$[90;120)$
Số khách hàng	3	$x$	10	7
Giá trị đại diện	15	45	75	105

Với mẫu số liệu ghép nhóm:

$$\bar{x} = \frac{15 \times 3 + 45 \times x + 75 \times 10 + 105 \times 7}{35} = 63$$

$$\Leftrightarrow x = 15$$

Vậy có 15 khách hàng đổ xăng từ 30 nghìn đồng đến 60 nghìn đồng.

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** Gọi  $a, b$  là các giá trị để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 1}, & x < -1 \\ x + 1, & x \geq -1 \end{cases}$  có giới hạn hữu hạn khi  $x$  dần tới

-1. Tính  $a - b$ .

**Lời giải**

Do hàm số  $f(x)$  có giới hạn hữu hạn khi  $x$  dần tới  $-1$  nên  $x = -1$  là nghiệm của phương trình  $x^2 + ax + b = 0$ , do đó ta  $1 - a + b = 0 \Leftrightarrow b = a - 1$ .

Ta viết lại hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x - 1 + a}{x - 1}, & x < -1 \\ x + 1, & x \geq -1 \end{cases}$ .

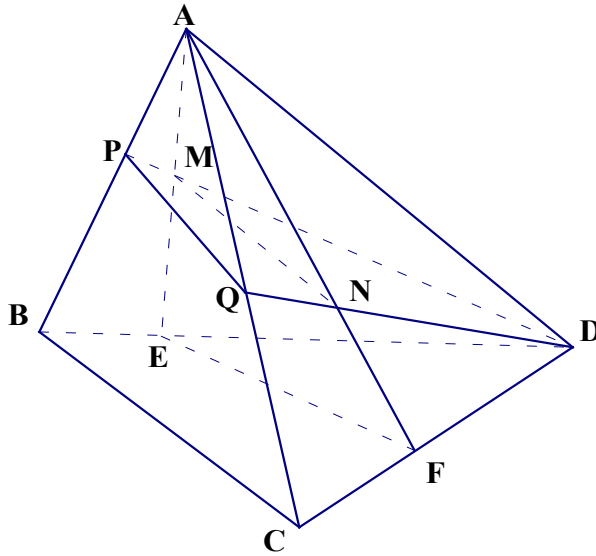
Mặt khác giới hạn cần tìm tồn tại

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) \Leftrightarrow \frac{a-2}{-2} = 0 \Leftrightarrow a = 2 \Rightarrow b = 1.$$

Do đó  $a - b = 1$ .

**Câu 37:** Cho tứ diện  $ABCD$ ,  $M$  là một điểm bên trong tam giác  $ABD$ ,  $N$  là một điểm bên trong tam giác  $ACD$ . Tìm giao tuyến của  $(AMN)$  và  $(BCD)$

**Lời giải**



Trong  $(ABD)$ , gọi  $E = AM \cap BD$

- $E \in AM$  mà  $AM \subset (AMN) \Rightarrow E \in (AMN)$
- $E \in BD$  mà  $BD \subset (BCD) \Rightarrow E \in (BCD)$

$\Rightarrow E$  là điểm chung của  $(AMN)$  và  $(BCD)$

Trong  $(ACD)$ , gọi  $F = AN \cap CD$

- $F \in AN$  mà  $AN \subset (AMN) \Rightarrow F \in (AMN)$
- $F \in CD$  mà  $CD \subset (BCD) \Rightarrow F \in (BCD)$

$\Rightarrow F$  là điểm chung của  $(AMN)$  và  $(BCD)$

Vậy  $EF$  là giao tuyến của  $(AMN)$  và  $(BCD)$

**Câu 38:** Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A trong ngày thứ  $t$  của năm 2023 được cho bởi một hàm số  $y = 4 \sin \left[ \frac{\pi}{178}(t-60) \right] + 10$  với  $t \in \mathbb{Z}$  và  $1 \leq t \leq 365$ . Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

**Lời giải**

$$\text{Vì } \sin \left[ \frac{\pi}{178}(t-60) \right] \leq 1 \Rightarrow y = 4 \sin \left[ \frac{\pi}{178}(t-60) \right] + 10 \leq 14.$$

$$\text{Ngày có ánh sáng mặt trời nhiều nhất } \Leftrightarrow y = 14 \Leftrightarrow \sin \left[ \frac{\pi}{178}(t-60) \right] = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{178}(t-60) = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow t = 149 + 356k.$$

$$\text{Do } 0 < t \leq 365 \Rightarrow 0 < 149 + 356k \leq 365 \Leftrightarrow -\frac{149}{356} < k \leq \frac{54}{89} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 0.$$

Với  $k = 0 \Rightarrow t = 149$  rơi vào ngày 29 tháng 5 (vì ta đã biết tháng 1 và 3 có 31 ngày, tháng 4 có 30 ngày, riêng đối với năm 2023 thì không phải năm nhuận nên tháng 2 có 28 ngày hoặc dựa vào dữ kiện  $1 \leq t \leq 365$  thì ta biết năm này tháng 2 chỉ có 28 ngày).

**Câu 39:** Cho hình vuông  $C_1$  có cạnh bằng 1,  $C_2$  là hình vuông có các đỉnh là các trung điểm của cạnh hình vuông  $C_1$ . Tương tự, gọi  $C_3$  là hình vuông có các đỉnh là trung điểm của các cạnh hình vuông  $C_2$ . Tiếp tục như vậy ta được một dãy các hình vuông  $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n, \dots$ . Tính tổng diện tích của 10 hình vuông đầu tiên của dãy.

**Lời giải**

Diện tích của hình vuông  $C_1$  là 1

Độ dài đường chéo hình vuông  $C_1$  là  $\sqrt{2}$

Hình vuông  $C_2$  có cạnh bằng  $\frac{1}{2}$  đường chéo hình vuông  $C_1$

$$\Rightarrow \text{Diện tích của hình vuông } C_2 \text{ là } \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

Hình vuông  $C_3$  có cạnh bằng  $\frac{1}{2}$  đường chéo hình vuông  $C_2$

$$\Rightarrow \text{Diện tích của hình vuông } C_3 \text{ là } \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4$$

Hình vuông  $C_n$  có cạnh bằng  $\frac{1}{2}$  đường chéo hình vuông  $C_{n-1}$

$$\Rightarrow \text{Diện tích của hình vuông } C_n \text{ là } \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2(n-1)}$$

Do đó, dãy diện tích các hình vuông  $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n, \dots$  lập thành cấp số nhân với số hạng đầu

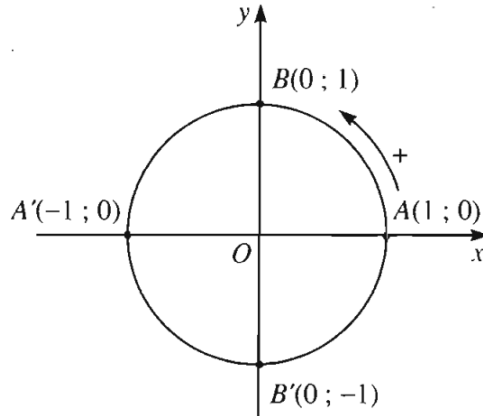
$$u_1 = 1, q = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{10} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{10}}{1 - q} = \frac{1023}{512}$$

----- **HẾT** -----

**ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI**  
**MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 06**

**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)**

**Câu 1:** Trên đường tròn lượng giác



Trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác  $(OA, OB)$ ?

- A.  $\frac{5\pi}{2}$ .                      B.  $\frac{3\pi}{2}$ .                      C.  $-\frac{3\pi}{2}$ .                      D.  $\frac{\pi}{2}$ .

**Câu 2:** Tập giá trị của hàm số  $y = \sin 2x$  là

- A.  $[-2; 2]$ .                      B.  $\mathbb{R}$ .                      C.  $[-1; 1]$ .                      D.  $[0; 2]$ .

**Câu 3:** Nghiệm của phương trình  $\sin x = -\frac{1}{2}$  là

- A.  $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$ .                      B.  $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$ .  
C.  $x = \pi + k2\pi; x = \frac{\pi}{8} + k2\pi$ .                      D.  $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$ .

**Câu 4:** Trong các dãy số  $(u_n)$  sau, dãy số nào bị chặn?

- A.  $u_n = n - \sin 3n$                       B.  $u_n = \frac{n^2 + 1}{n}$ .                      C.  $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$ .                      D.  $u_n = n \cdot \sin(3n - 1)$ .

**Câu 5:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = -2, d = 9$ . Khi đó số 2023 là số hạng thứ mấy

- A. 225                      B. 226                      C. 224                      D. 227

**Câu 6:** Giới hạn  $\lim (3^n - 7^n)$  bằng

- A.  $-\infty$ .                      B. 1.                      C.  $\frac{7}{3}$ .                      D.  $+\infty$ .

**Câu 7:** Tìm  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x+5}{(x+3)^2}$  ta được kết quả là

- A. 0.                      B.  $+\infty$ .                      C.  $-\infty$ .                      D. 2.

**Câu 8:** Cho các giới hạn:  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2; \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$ . Hỏi  $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)]$  bằng

- A. 5.                      B. 2.                      C. -6.                      D. 3.

**Câu 9:** Tìm  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m + 2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x_0 = 1$ .



- A.  $m = 3$ .                      B.  $m = 0$ .                      C.  $m = 4$ .                      D.  $m = 1$ .

**Câu 10:** Hàm số nào sau đây không liên tục tại  $x = 2$ ?

- A.  $y = \sqrt{x+2}$ .                      B.  $y = \sin x$ .                      C.  $y = \frac{x^2}{x-2}$ .                      D.  $y = x^2 - 3x + 2$ .

**Câu 11:** Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $f(x) = \sqrt{x-5}$ .                      B.  $f(x) = \frac{x+5}{x^2+4}$ .                      C.  $f(x) = \cot x + 3$ .                      D.  $f(x) = \frac{x^2+3}{2-x}$ .

**Câu 12:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Giao tuyến của mặt phẳng  $(SAB)$  và mặt phẳng  $(SAD)$  là đường thẳng

- A.  $SA$ .                      B.  $SB$ .                      C.  $SC$ .                      D.  $SD$ .

**Câu 13:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Điểm  $M$  thuộc cạnh  $SC$  sao cho  $SM = 3MC$ ,  $N$  là giao điểm của  $SD$  và  $(MAB)$ . Khi đó, hai đường thẳng  $CD$  và  $MN$  là hai đường thẳng:

- A. Cắt nhau.                      B. Chéo nhau.                      C. Song song.                      D. Có hai điểm chung.

**Câu 14:** Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng:

- A. Đường thẳng song song với mặt phẳng nếu nó song song với mọi đường thẳng trong mặt phẳng đó.  
 B. Đường thẳng song song với mặt phẳng nếu nó song song với một đường thẳng trong mặt phẳng đó.  
 C. Đường thẳng song song với mặt phẳng nếu nó không nằm trong mặt phẳng và song song với một đường thẳng trong mặt phẳng đó.  
 D. Cả 3 đáp án trên đều sai.

**Câu 15:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $A', B'$  lần lượt là trung điểm của  $SA, SB$ . Đường thẳng  $A'B'$  song song với mặt phẳng nào dưới đây?

- A.  $(SAB)$ .                      B.  $(ABCD)$ .                      C.  $(SAD)$ .                      D.  $(SBC)$ .

**Câu 16:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(AB'D')$  song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

- A.  $(BCA')$ .                      B.  $(BC'D)$ .                      C.  $(A'C'C)$ .                      D.  $(BDA')$ .

**Câu 17:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Hình chiếu song song của điểm  $A$  lên mặt phẳng  $(A'B'C'D')$  theo phương  $BC'$  là

- A.  $A'$ .                      B.  $B'$ .                      C.  $D'$ .                      D.  $C'$ .

**Câu 18:** Điểm kiểm tra giữa kỳ I của 1 lớp được cô giáo chủ nhiệm ghi lại theo bảng sau

<b>Điểm</b>	[4,5;5,5)	[5,5;6,5)	[6,5;7,5)	[7,5;8,5)	[8,5;9,5)
<b>Số học sinh</b>	3	7	9	15	6

Lớp có số học sinh là

- A. 38.                      B. 39.                      C. 40.                      D. 41.

**Câu 19:** Khảo sát về cân nặng của các học sinh lớp 11D3 người ta được một mẫu dữ liệu ghép nhóm như sau:

Cân nặng	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)
Số học sinh	2	10	16	8	2	2

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

- A. 50.                      B. 48.                      C. 40.                      D. 45.

**Câu 20:** Thời gian đề học sinh hoàn thành một câu hỏi thi được cho như sau:

Thời gian (phút)	[0,5; 10,5)	[10,5; 20,5)	[20,5; 30,5)	[30,5; 40,5)	[40,5; 50,5)
Số học sinh	2	10	6	4	3

Tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm này.

- A. 17,42.                      B. 14,56.                      C. 17,16.                      D. 12,67.

**Câu 21:** Cho  $\sin a = \frac{5}{13}$ ,  $\cos a = -\frac{12}{13}$ ,  $\cos b = \frac{3}{5}$ ,  $(0 < b < \frac{\pi}{2})$ . Hãy tính  $\sin(a+b)$ .

- A.  $-\frac{33}{65}$ .                      B.  $\frac{63}{65}$ .                      C.  $\frac{56}{65}$ .                      D. 0.

**Câu 22:** Tập giá trị của hàm số  $y = 3 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$  là:

- A.  $[-3; 3]$ .                      B.  $[-1; 1]$ .                      C.  $[-3; 1]$ .                      D.  $\left[-\frac{3\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$ .

**Câu 23:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{an+2}{3n+1}$ . Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số tăng.

- A.  $a = 6$                       B.  $a > 6$                       C.  $a < 6$                       D.  $a \geq 6$

**Câu 24:** Một chiếc đồng hồ đánh chuông, số tiếng chuông được đánh bằng số giờ mà đồng hồ chỉ tại thời điểm đánh chuông. Hỏi một ngày đồng hồ đó đánh bao nhiêu tiếng chuông báo giờ

- A. 120.                      B. 78.                      C. 156.                      D. 24.

**Câu 25:** Theo ước tính, kể từ lúc mới mua, cứ sau mỗi 200 lần sạc thì pin của điện thoại Iphone sẽ giảm 5% so với chu kỳ 200 lần sạc trước đó. Hỏi sau 1200 lần sạc thì pin của điện thoại Iphone còn lại bao nhiêu phần trăm so với lúc mới mua?

- A. 75%.                      B. 73,51%.                      C. 77,38%.                      D. 70%.

**Câu 26:** Cho  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(an+1)^3 (n^2+3n+5)}{(2n-1)^2 (n^2+3)^2}$ . Tìm tất cả các giá trị của a để  $L = \frac{1}{2}$ .

- A.  $a = 0$ .                      B.  $a = 1$ .                      C.  $a \in \mathbb{R}$ .                      D.  $a \in \emptyset$ .

**Câu 27:** Giới hạn  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2+2^2+3^2+\dots+n^2}{n^3}$  bằng

- A.  $\frac{1}{3}$ .                      B. 0.                      C.  $+\infty$ .                      D.  $\frac{1}{6}$ .

**Câu 28:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x}, & -1 \leq x < 0 \\ -2 + \frac{1-x}{1+x}, & x \geq 0 \end{cases}$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .

- A. 1.                      B. -1.                      C. 2.                      D. Không tồn tại giới hạn.

**Câu 29:** Cho  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}} = \frac{a}{b}$ , với  $a, b \in \mathbb{Z}, b > 0$  và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Giá trị của  $a-b$  bằng

- A. -1.                      B. 1.                      C. 2.                      D. -2.

**Câu 30:** Cho hình tứ diện ABCD có M, N lần lượt là trung điểm của AB, BD. Các điểm G, H lần lượt trên cạnh AC, CD sao cho NH cắt MG tại I. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. A, C, I thẳng hàng                      B. B, C, I thẳng hàng.

C.  $N, G, H$  thẳng hàng.

D.  $B, G, H$  thẳng hàng.

**Câu 31:** Cho tứ diện  $ABCD$ .  $P, Q$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ . Điểm  $R$  nằm trên cạnh  $BC$  sao cho  $BR = 2RC$ . Gọi  $S$  là giao điểm của mặt phẳng  $(PQR)$  và  $AD$ . Khi đó

A.  $SA = 3SD$ .

B.  $SA = 2SD$ .

C.  $SA = SD$ .

D.  $2SA = 3SD$ .

**Câu 32:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABD$ ,  $Q$  thuộc cạnh  $AB$  sao cho  $AQ = 2QB$  và  $P$  là trung điểm của  $AB$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $GQ \parallel (ACD)$

B.  $GQ \parallel (BCD)$

C.  $GQ$  cắt  $(BCD)$ .

D.  $Q$  thuộc mặt phẳng  $(CDP)$ .

**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua  $G$  và song song với mặt phẳng  $(SBC)$ . Gọi thiết diện của hình chóp  $S.ABC$  cắt bởi mặt phẳng  $(\alpha)$  là tam

giác  $MNP$  với  $M \in SA, N \in AB, P \in AC$ . Tính giá trị của biểu thức  $\frac{SM}{SA}$

A.  $\frac{1}{2}$ .

B.  $\frac{2}{3}$ .

C.  $\frac{1}{3}$ .

D.  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 34:** Thu thập thông tin về thời gian (giờ) tham gia hoạt động ngoại khóa trong một tháng của học sinh hai lớp  $10A, 10B$  được cho bởi bảng sau:

Thời gian (giờ)	Số học sinh lớp $10A$	Số học sinh lớp $10B$
$[2;3)$	7	4
$[3;4)$	9	10
$[4;5)$	16	17
$[5;6)$	8	9
$[6;7)$	5	8

Giáo viên phụ trách ngoài giờ sẽ cộng điểm phong trào cho lớp có học sinh tham gia hoạt động trung bình 4,5 tiếng. Lớp được cộng điểm phong trào là:

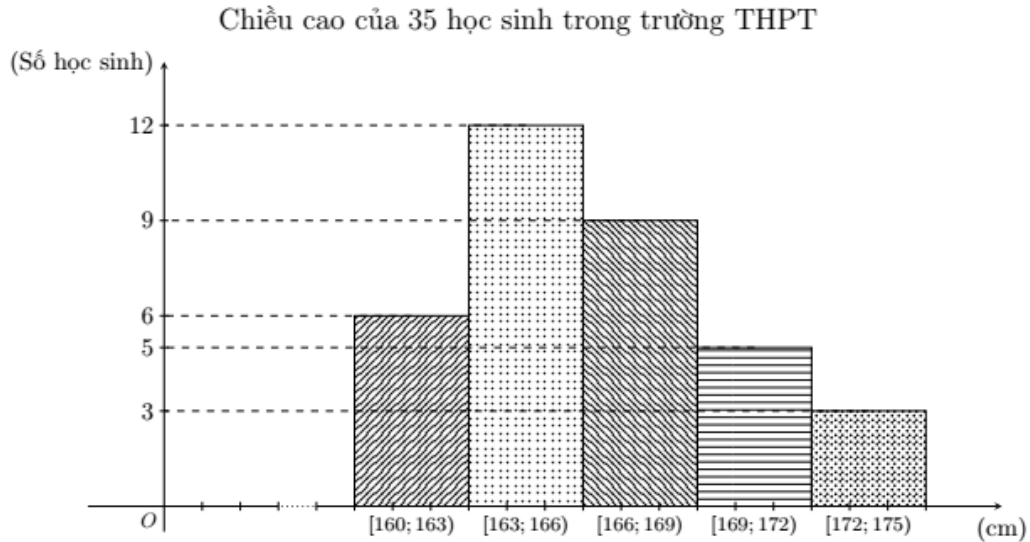
A.  $10B$ .

B.  $10A$ .

C. cả hai lớp  $10A, 10B$ .

D. không lớp nào trong hai lớp  $10A, 10B$ .

**Câu 35:** Kết quả điều tra chiều cao của học sinh (đơn vị: cm) trong trường THPT được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây.



Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu? (Đáp án làm tròn đến hàng phần trăm).

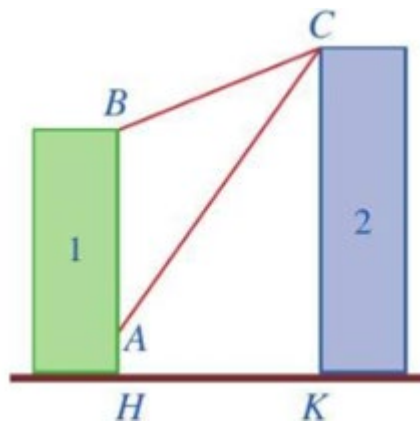
- A.** 161,88.      **B.** 167,85.      **C.** 163,87.      **D.** 165,88.

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

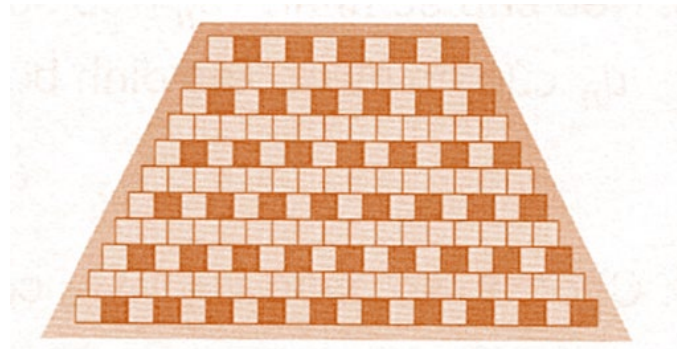
**Câu 36:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} + \sqrt{x + 3} - x^2 + 2x - 5}{x - 1}$ .

**Câu 37:** Cho tứ diện  $SABC$ . Trên  $SA, SB$  và  $SC$  lấy các điểm  $D, E$  và  $F$  sao cho  $DE$  cắt  $AB$  tại  $I$ ,  $EF$  cắt  $BC$  tại  $J$ ,  $FD$  cắt  $CA$  tại  $K$ . Chứng minh ba điểm  $I, J, K$  thẳng hàng.

**Câu 38:** Có hai chung cư cao tầng xây cạnh nhau với khoảng cách giữa chúng là  $HK = 20$  m. Để đảm bảo an ninh, trên nóc chung cư thứ hai người ta lắp camera ở vị trí  $C$ . Gọi  $A, B$  lần lượt là vị trí thấp nhất, cao nhất trên chung cư thứ nhất mà camera có thể quan sát được. Hãy tính số đo góc  $\widehat{ACB}$  (phạm vi camera có thể quan sát được ở chung cư thứ nhất). Biết rằng chiều cao của chung cư hai chung cư lần lượt là  $BH = 24$  m,  $CK = 32$  m và khoảng cách từ  $A$  đến mặt đất là  $AH = 6$  m.



**Câu 39:** Một bức tường trang trí có dạng hình thang, rộng  $2,4$  m ở đáy và rộng  $1,2$  m ở đỉnh (hình vẽ bên).



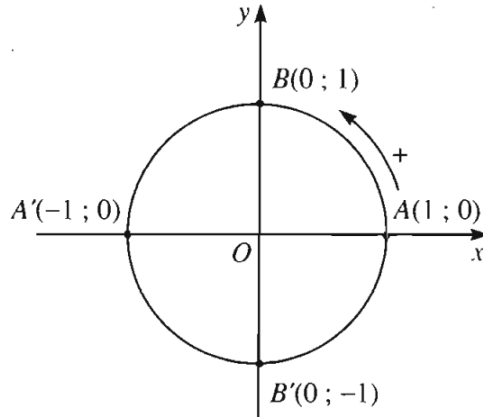
Các viên gạch hình vuông có kích thước  $10\text{cm} \times 10\text{cm}$  phải được đặt sao cho mỗi hàng ở phía trên chứa ít hơn một viên so với hàng ở ngay phía dưới nó. Hỏi sẽ cần bao nhiêu viên gạch hình vuông như vậy để ốp hết bức tường đó?

----- HẾT -----

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

### I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Trên đường tròn lượng giác



Trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác  $(OA, OB)$ ?

- A.  $\frac{5\pi}{2}$ .      B.  $\frac{3\pi}{2}$ .      **C.  $-\frac{3\pi}{2}$ .**      D.  $\frac{\pi}{2}$ .

**Lời giải**

Từ hình vẽ ta có  $(OA, OB) = -\frac{3\pi}{2}$ .

**Câu 2:** Tập giá trị của hàm số  $y = \sin 2x$  là

- A.  $[-2; 2]$ .      B.  $\mathbb{R}$ .      **C.  $[-1; 1]$ .**      D.  $[0; 2]$ .

**Lời giải**

Ta có  $-1 \leq \sin 2x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Vậy tập giá trị của hàm số  $y = \sin 2x$  là  $[-1; 1]$ .

**Câu 3:** Nghiệm của phương trình  $\sin x = -\frac{1}{2}$  là

- A.  $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$ .      **B.  $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$ .**
- C.  $x = \pi + k2\pi; x = \frac{\pi}{8} + k2\pi$ .      D.  $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi + \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$ .

**Câu 4:** Trong các dãy số  $(u_n)$  sau, dãy số nào bị chặn?

- A.  $u_n = n - \sin 3n$       B.  $u_n = \frac{n^2 + 1}{n}$ .      **C.  $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$ .**      D.  $u_n = n \cdot \sin(3n - 1)$ .

**Lời giải**

Ta có  $0 < u_n = \frac{1}{n(n+1)} \leq \frac{1}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$  Dãy  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$  bị chặn

**Câu 5:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = -2$ ,  $d = 9$ . Khi đó số 2023 là số hạng thứ mấy

A. 225

B. 226

C. 224

D. 227

**Lời giải**

Theo công thức số hạng tổng quát của  $u_n$  ta có

$$u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 2023 = -2 + (n-1)9 \\ \Leftrightarrow n = 226$$

Vậy số 2023 là số hạng thứ 226.

**Câu 6:** Giới hạn  $\lim(3^n - 7^n)$  bằng

A.  $-\infty$ .

B. 1.

C.  $\frac{7}{3}$ .

D.  $+\infty$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim(3^n - 7^n) = \lim\left(\left(\frac{3}{7}\right)^n - 1\right)7^n = -\infty.$$

**Câu 7:** Tìm  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x+5}{(x+3)^2}$  ta được kết quả là

A. 0.

B.  $+\infty$ .

C.  $-\infty$ .

D. 2.

**Lời giải**

**Cách 1: Tự luận**

$$\text{Ta có: } \bullet \lim_{x \rightarrow -3} (2x+5) = -1 < 0$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -3} (x+3)^2 = 0$$

$$\bullet (x+3)^2 > 0 \text{ khi } x \rightarrow -3$$

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x+5}{(x+3)^2} = -\infty$$

**Cách 2: Casio**

Bấm máy tính:  $\frac{2x+5}{(x+3)^2} \rightarrow$  bấm CALC  $\rightarrow$  bấm  $-3+10^{-5} \rightarrow$  bấm = rồi so đáp án.

**Câu 8:** Cho các giới hạn:  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$ ;  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$ . Hỏi  $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)]$  bằng

A. 5.

B. 2.

C. -6.

D. 3.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} 3f(x) - \lim_{x \rightarrow x_0} 4g(x) = 3 \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) - 4 \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -6.$$

**Câu 9:** Tìm  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m+2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x_0 = 1$ .

A.  $m = 3$ .

B.  $m = 0$ .

C.  $m = 4$ .

D.  $m = 1$ .

**Lời giải**

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \Rightarrow x_0 = 1 \in D.$$

$$\text{Ta có: } f(1) = m+2.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)(x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 2.$$

Hàm số  $f(x)$  liên tục tại điểm  $x_0 = 1$  khi và chỉ khi  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Rightarrow m + 2 = 2 \Leftrightarrow m = 0$ .

**Câu 10:** Hàm số nào sau đây không liên tục tại  $x = 2$ ?

A.  $y = \sqrt{x+2}$ .

B.  $y = \sin x$ .

**C.**  $y = \frac{x^2}{x-2}$ .

D.  $y = x^2 - 3x + 2$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = \frac{x^2}{x-2}$  có tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$  nên không liên tục tại  $x = 2$ .

**Câu 11:** Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

A.  $f(x) = \sqrt{x-5}$ .

**B.**  $f(x) = \frac{x+5}{x^2+4}$ .

C.  $f(x) = \cot x + 3$ .

D.  $f(x) = \frac{x^2+3}{2-x}$ .

**Lời giải**

Hàm số  $f(x) = \frac{x+5}{x^2+4}$  là hàm phân thức hữu tỉ và có TXĐ là  $D = \mathbb{R}$  do đó hàm số

$f(x) = \frac{x+5}{x^2+4}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 12:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Giao tuyến của mặt phẳng  $(SAB)$  và mặt phẳng  $(SAD)$  là đường thẳng

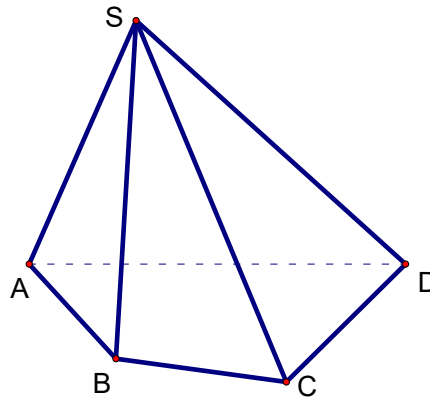
**A.**  $SA$ .

B.  $SB$ .

C.  $SC$ .

D.  $SD$ .

**Lời giải**



Ta có:  $(SAB) \cap (SAD) = SA$ .

**Câu 13:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Điểm  $M$  thuộc cạnh  $SC$  sao cho  $SM = 3MC$ ,  $N$  là giao điểm của  $SD$  và  $(MAB)$ . Khi đó, hai đường thẳng  $CD$  và  $MN$  là hai đường thẳng:

A. Cắt nhau.

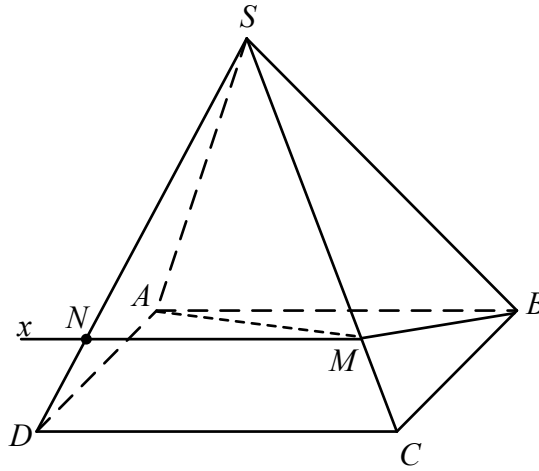
B. Chéo nhau.

**C.** Song song.

D. Có hai điểm chung.

**Lời giải**





Ta có: 
$$\begin{cases} M \in (MAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (MAB); CD \subset (SCD) \Rightarrow Mx = (MAB) \cap (SCD) \text{ với } Mx \parallel CD \parallel AB \\ AB \parallel CD \end{cases}$$

Gọi  $N = Mx \cap SD$  trong  $(SCD) \Rightarrow N = SD \cap (MAB)$

Vậy  $MN$  song song với  $CD$ .

**Câu 14:** Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng:

- A. Đường thẳng song song với mặt phẳng nếu nó song song với mọi đường thẳng trong mặt phẳng đó.
- B. Đường thẳng song song với mặt phẳng nếu nó song song với một đường thẳng trong mặt phẳng đó.
- C. Đường thẳng song song với mặt phẳng nếu nó không nằm trong mặt phẳng và song song với một đường thẳng trong mặt phẳng đó.**
- D. Cả 3 đáp án trên đều sai.

**Lời giải**

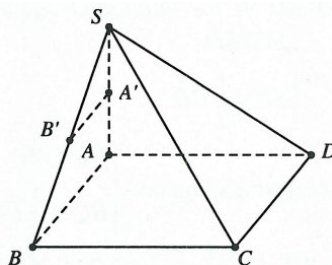
Đáp án C đúng, dựa theo định nghĩa đường thẳng song song với mặt phẳng.

**Câu 15:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $A', B'$  lần lượt là trung điểm của  $SA, SB$ . Đường thẳng  $A'B'$  song song với mặt phẳng nào dưới đây?

- A.  $(SAB)$ .
- B.  $(ABCD)$ .**
- C.  $(SAD)$ .
- D.  $(SBC)$ .

**Lời giải**

Ta có

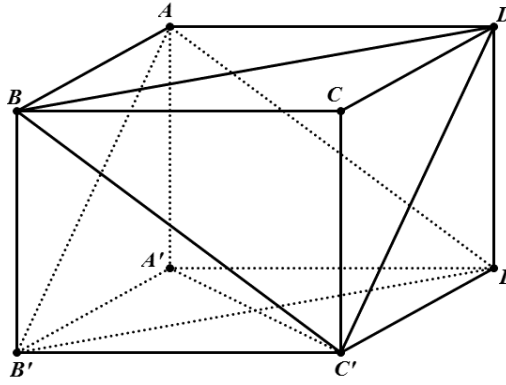


$$\left. \begin{array}{l} A'B' \parallel AB \\ AB \subset (ABCD) \\ A'B' \not\subset (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow A'B' \parallel (ABCD).$$

**Câu 16:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(AB'D')$  song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

- A.  $(BCA')$ .
- B.  $(BC'D)$ .**
- C.  $(A'C'C)$ .
- D.  $(BDA')$ .

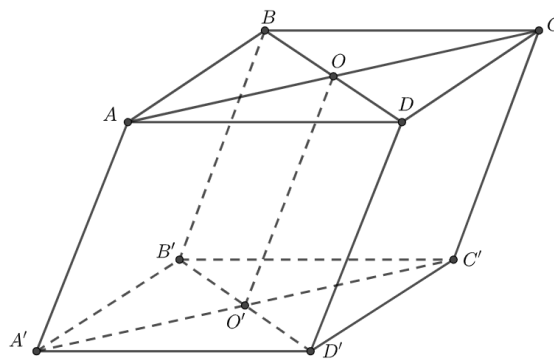
**Lời giải**



Do  $ADC'B'$  là hình bình hành nên  $AB' \parallel DC'$ , và  $ABC'D'$  là hình bình hành nên  $AD' \parallel BC'$  nên  $(AB'D') \parallel (BC'D)$ .

- Câu 17:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Hình chiếu song song của điểm  $A$  lên mặt phẳng  $(A'B'C'D')$  theo phương  $BC'$  là
- A.  $A'$ .                      B.  $B'$ .                      C.  $D'$ .                      D.  $C'$ .

**Lời giải**



Vì  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình hộp nên  $ABD'C'$  là hình bình hành. Vậy hình chiếu song song của  $A$  lên mặt phẳng  $(A'B'C'D')$  theo phương  $BC'$  là  $D'$ .

- Câu 18:** Điểm kiểm tra giữa kỳ I của 1 lớp được cô giáo chủ nhiệm ghi lại theo bảng sau

<b>Điểm</b>	[4,5;5,5)	[5,5;6,5)	[6,5;7,5)	[7,5;8,5)	[8,5;9,5)
<b>Số học sinh</b>	3	7	9	15	6

Lớp có số học sinh là

- A. 38.                      B. 39.                      C. 40.                      D. 41.

**Lời giải**

Lớp có số học sinh là  
 $3 + 7 + 9 + 15 + 6 = 40$ .

- Câu 19:** Khảo sát về cân nặng của các học sinh lớp 11D3 người ta được một mẫu dữ liệu ghép nhóm như sau:

<b>Cân nặng</b>	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)
<b>Số học sinh</b>	2	10	16	8	2	2

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

- A. 50.                      B. 48.                      C. 40.                      D. 45.

**Lời giải**

Ta có: Số phần tử của mẫu là  $n = 40 \Rightarrow \frac{n}{4} = 10$ .

Suy ra nhóm [40;50) chứa tứ phân vị thứ nhất.

Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

$$Q_1 = 40 + \frac{10-2}{10} \cdot 10 = 48.$$

**Câu 20:** Thời gian đề học sinh hoàn thành một câu hỏi thi được cho như sau:

Thời gian (phút)	[0,5; 10,5)	[10,5; 20,5)	[20,5; 30,5)	[30,5; 40,5)	[40,5; 50,5)
Số học sinh	2	10	6	4	3

Tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm này.

- A.** 17,42.                      **B.** 14,56.                      **C.** 17,16.                      **D.** 12,67.

**Lời giải**

Tần số lớn nhất là 10 nên nhóm chứa một là nhóm [10,5; 20,5]. Ta có:

$$u_m = 10,5, u_{m+1} = 20,5, n_m = 10, n_{m+1} = 6; n_{m-1} = 2, u_{m+1} - u_m = 10.$$

$$\text{Do đó: } M_o = 10,5 + \frac{10-2}{(10-2)+(10-6)} \times 10 = 17,16$$

**Câu 21:** Cho  $\sin a = \frac{5}{13}$ ,  $\cos a = -\frac{12}{13}$ ,  $\cos b = \frac{3}{5}$ ,  $\left(0 < b < \frac{\pi}{2}\right)$ . Hãy tính  $\sin(a+b)$ .

- A.**  $-\frac{33}{65}$ .                      **B.**  $\frac{63}{65}$ .                      **C.**  $\frac{56}{65}$ .                      **D.** 0.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \sin b = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5} \text{ do } 0 < b < \frac{\pi}{2}.$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b = \frac{5}{13} \cdot \frac{3}{5} + \left(-\frac{12}{13}\right) \cdot \frac{4}{5} = -\frac{33}{65}.$$

**Câu 22:** Tập giá trị của hàm số  $y = 3 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$  là:

- A.**  $[-3; 3]$ .                      **B.**  $[-1; 1]$ .                      **C.**  $[-3; 1]$ .                      **D.**  $\left[-\frac{3\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } -1 \leq \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq 3 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \leq 3$$

**Câu 23:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{an+2}{3n+1}$ . Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số tăng.

- A.**  $a = 6$                       **B.**  $a > 6$                       **C.**  $a < 6$                       **D.**  $a \geq 6$

**Lời giải**

$$\text{Ta có } u_{n+1} - u_n = \frac{an+a+2}{3n+4} - \frac{an+2}{3n+1} = \frac{a-6}{(3n+4)(3n+1)}, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$$\text{Để dãy số tăng thì } u_{n+1} - u_n = \frac{a-6}{(3n+4)(3n+1)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow a > 6$$

**Câu 24:** Một chiếc đồng hồ đánh chuông, số tiếng chuông được đánh bằng số giờ mà đồng hồ chỉ tại thời điểm đánh chuông. Hỏi một ngày đồng hồ đó đánh bao nhiêu tiếng chuông báo giờ

- A.** 120.                      **B.** 78.                      **C.** 156.                      **D.** 24.

**Lời giải**

Gọi  $u_n$  là số tiếng chuông ở giờ thứ  $n$ , trong đó  $1 \leq n \leq 12$ . Sau 12 giờ đồng hồ đánh được:

$$S_{12} = U_1 + \dots + U_{12} = 1 + 2 + \dots + 12 = 6 \cdot (1 + 12) = 78 \text{ tiếng.}$$

Một ngày đồng hồ đánh được  $78 \cdot 2 = 156$  tiếng

**Câu 25:** Theo ước tính, kể từ lúc mới mua, cứ sau mỗi 200 lần sạc thì pin của điện thoại Iphone sẽ giảm 5% so với chu kỳ 200 lần sạc trước đó. Hỏi sau 1200 lần sạc thì pin của điện thoại Iphone còn lại bao nhiêu phần trăm so với lúc mới mua?

- A. 75%.                      **B. 73,51%.**                      C. 77,38%.                      D. 70%.

**Lời giải**

Dung lượng pin sau mỗi 200 lần sạc kể từ lúc mới mua lập thành cấp số nhân có công bội  $q = 0,95$  và số hạng đầu  $u_1 = 100\%$ .

Dung lượng pin của điện thoại Iphone sau 1200 lần sạc còn lại so với lúc mới mua là  $u_7 = u_1 \cdot q^6 = 100\% \cdot (0,95)^6 \approx 73,51\%$ .

**Câu 26:** Cho  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(an+1)^3(n^2+3n+5)}{(2n-1)^2(n^2+3)^2}$ . Tìm tất cả các giá trị của  $a$  để  $L = \frac{1}{2}$ .

- A.  $a = 0$ .                      **B.  $a = 1$ .**                      C.  $a \in \mathbb{R}$ .                      D.  $a \in \emptyset$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } L &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(an+1)^3(n^2+3n+5)}{(2n-1)^2(n^2+3)^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left(a + \frac{1}{n}\right)^3 \cdot n^2 \left(1 + \frac{3}{n} + \frac{5}{n^2}\right)}{n \left(2 - \frac{1}{n}\right) \cdot n^4 \left(1 + \frac{3}{n^2}\right)^2} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(a + \frac{1}{n}\right)^3 \cdot \left(1 + \frac{3}{n} + \frac{5}{n^2}\right)}{\left(2 - \frac{1}{n}\right) \cdot \left(1 + \frac{3}{n^2}\right)^2} = \frac{a^3}{2}. \end{aligned}$$

Từ đề bài suy ra  $\frac{a^3}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = 1$ .

Vậy  $a = 1$  là giá trị cần tìm.

**Câu 27:** Giới hạn  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}{n^3}$  bằng

- A.  $\frac{1}{3}$ .**                      B. 0.                      C.  $+\infty$ .                      D.  $\frac{1}{6}$ .

**Lời giải**

Ta có  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$  (\*), thật vậy với (\*) đúng với  $n = 1$ .

Giả sử (\*) đúng với  $n = k$ , ta có:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + (k+1)^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + (k+1)^2 = \frac{(k+1)(k+2)[2(k+1)+1]}{6}$$

Vậy (\*) đúng với  $n \in \mathbb{N}^*$ . Do đó:

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}{n^3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n+1)(2n+1)}{n^3}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(2 + \frac{1}{n}\right)}{6n^3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(2 + \frac{1}{n}\right)}{6} = \frac{1}{3}.$$

**Câu 28:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x}, & -1 \leq x < 0 \\ -2 + \frac{1-x}{1+x}, & x \geq 0 \end{cases}$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .

- A. 1.                                  B. **-1.**  
 C. 2.                                  D. Không tồn tại giới hạn.

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(-2 + \frac{1-x}{1+x}\right) = -1$ .

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(1-x) - (1+x)}{x(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2x}{x(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x})} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2}{\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}} = -1.$$

Vì  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -1$  nên  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1$ .

**Câu 29:** Cho  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}} = \frac{a}{b}$ , với  $a, b \in \mathbb{Z}, b > 0$  và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Giá trị của  $a - b$  bằng

- A. -1.                                  B. **1.**                                  C. 2.                                  D. -2.

**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{[(x+1)^2 - (5x+1)](x+\sqrt{4x-3})}{[x^2 - (4x-3)](x+1+\sqrt{5x+1})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 - 3x)(x + \sqrt{4x-3})}{(x^2 - 4x + 3)(x + 1 + \sqrt{5x+1})} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x-3)(x + \sqrt{4x-3})}{(x-1)(x-3)(x + 1 + \sqrt{5x+1})}$$

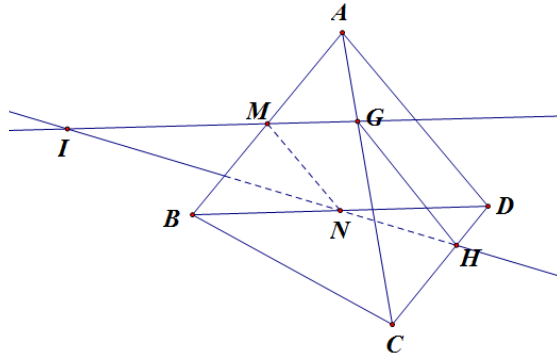
$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x + \sqrt{4x-3})}{(x-1)(x + 1 + \sqrt{5x+1})} = \frac{3 \cdot 6}{2 \cdot 8} = \frac{9}{8}.$$

Khi đó  $a = 9, b = 8$ . Do đó  $a - b = 1$ .

**Câu 30:** Cho hình tứ diện  $ABCD$  có  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BD$ . Các điểm  $G, H$  lần lượt trên cạnh  $AC, CD$  sao cho  $NH$  cắt  $MG$  tại  $I$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.  $A, C, I$  thẳng hàng.                                  B.  $B, C, I$  thẳng hàng.  
 C.  $N, G, H$  thẳng hàng.                                  D.  $B, G, H$  thẳng hàng.

**Lời giải**



Do  $NH$  cắt  $MG$  tại  $I$  nên bốn điểm  $M, N, H, G$  cùng thuộc mặt phẳng  $(\alpha)$ . Xét ba mặt phẳng

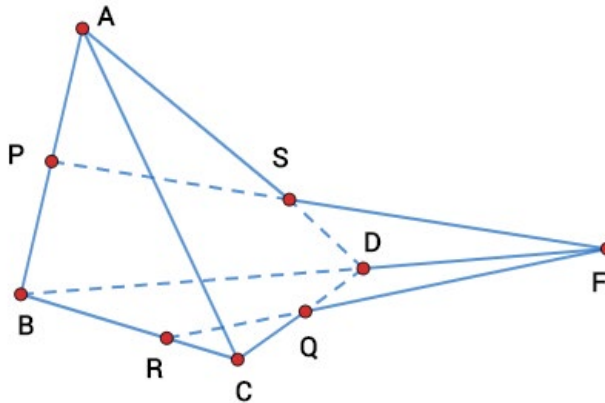
$$(ABC), (BCD), (\alpha) \text{ phân biệt, đồng thời } \begin{cases} (\alpha) \cap (ABC) = MG \\ (\alpha) \cap (BCD) = NH \\ (ABC) \cap (BCD) = BC \end{cases} \text{ mà } MG \cap NH = I$$

Suy ra  $MG, NH, BC$  đồng quy tại  $I$  nên  $B, C, I$  thẳng hàng.

**Câu 31:** Cho tứ diện  $ABCD$ .  $P, Q$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ . Điểm  $R$  nằm trên cạnh  $BC$  sao cho  $BR = 2RC$ . Gọi  $S$  là giao điểm của mặt phẳng  $(PQR)$  và  $AD$ . Khi đó

- A.**  $SA = 3SD$ .      **B.**  $SA = 2SD$ .      **C.**  $SA = SD$ .      **D.**  $2SA = 3SD$ .

**Lời giải**



Gọi  $F = BD \cap RQ$ . Nối  $P$  với  $F$  cắt  $AD$  tại  $S$ .

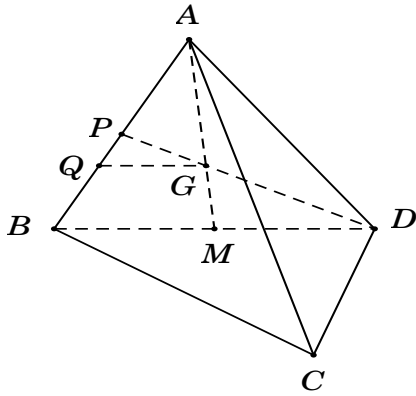
$$\text{Ta có } \frac{DF}{FB} \cdot \frac{BR}{RC} \cdot \frac{CQ}{QD} = 1 \Rightarrow \frac{DF}{FB} = \frac{RC}{BR} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Tương tự ta có } \frac{DF}{FB} \cdot \frac{BP}{PA} \cdot \frac{AS}{SD} = 1 \Rightarrow \frac{SA}{SD} = \frac{FB}{DF} = 2 \Rightarrow SA = 2SD.$$

**Câu 32:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABD$ ,  $Q$  thuộc cạnh  $AB$  sao cho  $AQ = 2QB$  và  $P$  là trung điểm của  $AB$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.**  $GQ \parallel (ACD)$       **B.**  $GQ \parallel (BCD)$   
**C.**  $GQ$  cắt  $(BCD)$ .      **D.**  $Q$  thuộc mặt phẳng  $(CDP)$ .

**Lời giải**



Gọi  $M$  là trung điểm của  $BD$ .

Vì  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABD \Rightarrow \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3}$ .

Điểm  $Q \in AB$  sao cho  $AQ = 2QB \Leftrightarrow \frac{AQ}{AB} = \frac{2}{3}$ . Suy ra  $\frac{AG}{AM} = \frac{AQ}{AB} \Rightarrow GQ \parallel BD$ .

Mặt khác  $BD$  nằm trong mặt phẳng  $(BCD)$  suy ra  $GQ \parallel (BCD)$ .

**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua  $G$  và song song với mặt phẳng  $(SBC)$ . Gọi thiết diện của hình chóp  $S.ABC$  cắt bởi mặt phẳng  $(\alpha)$  là tam giác  $MNP$  với  $M \in SA, N \in AB, P \in AC$ . Tính giá trị của biểu thức  $\frac{SM}{SA}$

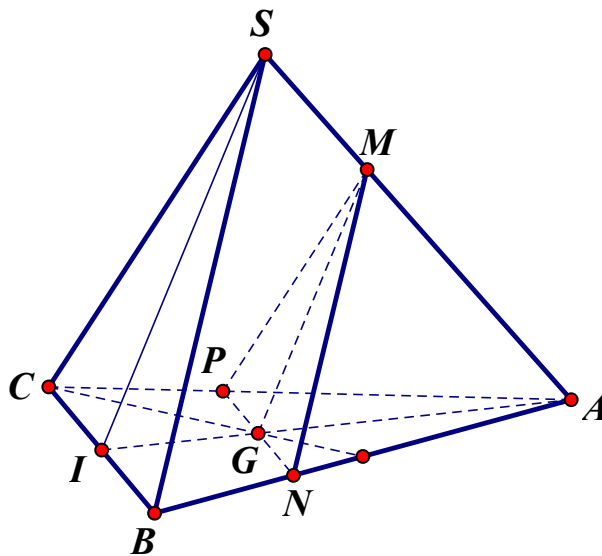
A.  $\frac{1}{2}$ .

B.  $\frac{2}{3}$ .

C.  $\frac{1}{3}$ .

D.  $\frac{3}{2}$ .

Lời giải



Gọi  $I$  là trung điểm  $BC$

Ta có  $SI \parallel MG$  suy ra  $\frac{SM}{SA} = \frac{IG}{IA} = \frac{1}{3}$ .

**Câu 34:** Thu thập thông tin về thời gian (giờ) tham gia hoạt động ngoại khóa trong một tháng của học sinh hai lớp  $10A, 10B$  được cho bởi bảng sau:

Thời gian (giờ)	Số học sinh lớp 10A	Số học sinh lớp 10B
[2;3)	7	4
[3;4)	9	10
[4;5)	16	17
[5;6)	8	9
[6;7)	5	8

Giáo viên phụ trách ngoài giờ sẽ cộng điểm phong trào cho lớp có học sinh tham gia hoạt động trung bình 4,5 tiếng. Lớp được cộng điểm phong trào là:

**A. 10B.**

**B. 10A.**

**C. cả hai lớp 10A, 10B.**

**D. không lớp nào trong hai lớp 10A, 10B.**

**Lời giải**

Tổng số học sinh lớp 10A là:  $n_1 = 7 + 9 + 16 + 8 + 5 = 45$ .

Thời gian tham gia ngoại khóa trung bình của các bạn học sinh lớp 10A là:

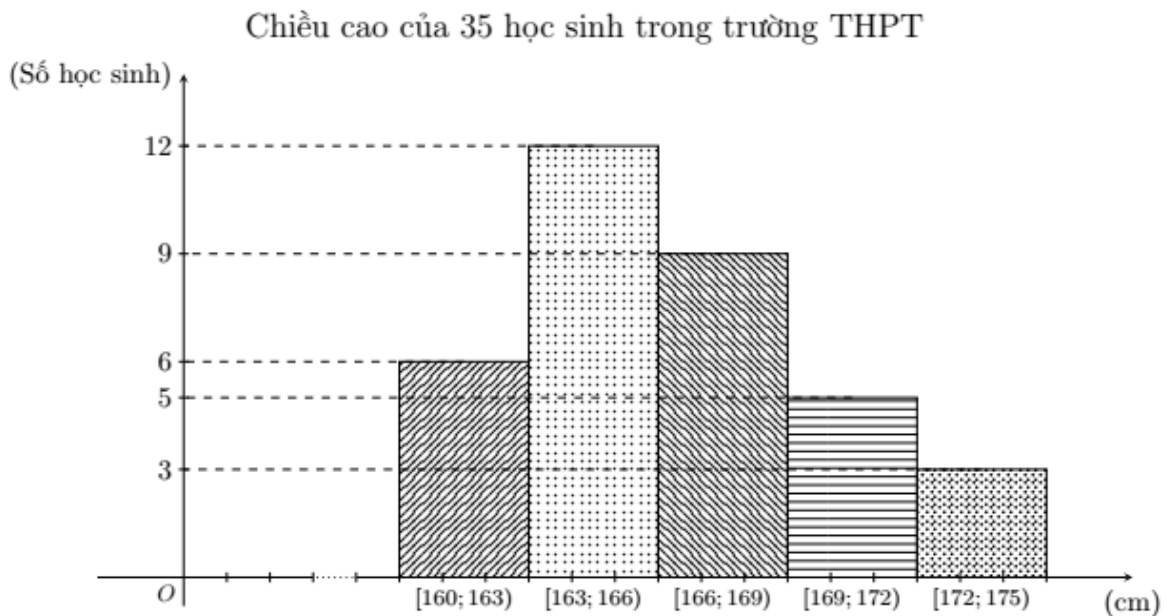
$$\bar{x}_1 = \frac{2,5 \cdot 7 + 3,5 \cdot 9 + 4,5 \cdot 16 + 5,5 \cdot 8 + 6,5 \cdot 5}{45} \approx 4,39.$$

Tổng số học sinh lớp 10B là:  $n_2 = 4 + 10 + 17 + 9 + 8 = 48$ .

Thời gian tham gia ngoại khóa trung bình của các bạn học sinh lớp 10B là:

$$\bar{x}_2 = \frac{2,5 \cdot 4 + 3,5 \cdot 10 + 4,5 \cdot 17 + 5,5 \cdot 9 + 6,5 \cdot 8}{48} \approx 4,65.$$

**Câu 35:** Kết quả điều tra chiều cao của học sinh (đơn vị: cm) trong trường THPT được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây.



Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu? (Đáp án làm tròn đến hàng phần trăm).

**A. 161,88.**

**B. 167,85.**

**C. 163,87.**

**D. 165,88.**

**Lời giải**

Gọi  $x_1, x_2, \dots, x_{35}$  là cân nặng của các em học sinh trong trường THPT xếp theo thứ tự không giảm.



Do  $x_1, \dots, x_6 \in [160;163)$ ;  $x_7, \dots, x_{18} \in [163;166)$ ;  $x_{19}, \dots, x_{27} \in [166;169)$ ;

$x_{28}, \dots, x_{32} \in [169;172)$ ;  $x_{33}, x_{34}, x_{35} \in [172;175)$  nên trung vị của mẫu số liệu  $x_1, x_2, \dots, x_{35}$  là  $x_{18} \in [163;166)$ .

Ta xác định được  $n = 35$ ,  $n_m = 12$ ,  $C = 6$ ,  $u_m = 163$ ,  $u_{m+1} = 166$ . Vậy trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$M_e = 163 + \frac{\frac{35}{2} - 6}{12} (166 - 163) \approx 165,88.$$

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

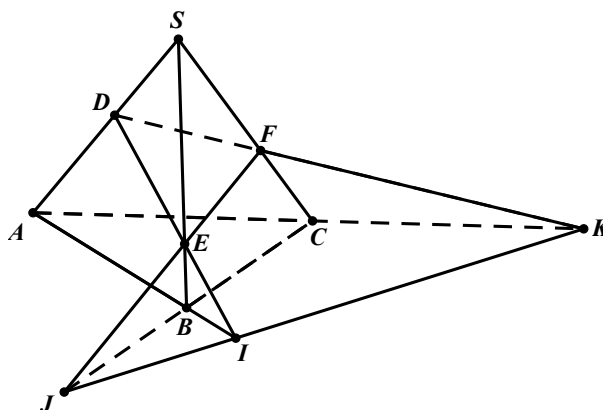
**Câu 36:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} + \sqrt{x + 3} - x^2 + 2x - 5}{x - 1}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} + \sqrt{x + 3} - x^2 + 2x - 5}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{x - 1} + \frac{\sqrt{x + 3} - 2}{x - 1} - \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{x - 1} + \frac{\sqrt{x + 3} - 2}{x - 1} - \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{x^2 - 1}{(x - 1)(\sqrt{x^2 + 3} + 2)} + \frac{x - 1}{(x - 1)(\sqrt{x + 3} + 2)} - \frac{(x - 1)^2}{x - 1} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + 3} + 2} + \frac{1}{\sqrt{x + 3} + 2} - (x - 1) \right] \\ &= \frac{3}{4}. \end{aligned}$$

**Câu 37:** Cho tứ diện  $SABC$ . Trên  $SA, SB$  và  $SC$  lấy các điểm  $D, E$  và  $F$  sao cho  $DE$  cắt  $AB$  tại  $I$ ,  $EF$  cắt  $BC$  tại  $J$ ,  $FD$  cắt  $CA$  tại  $K$ . Chứng minh ba điểm  $I, J, K$  thẳng hàng.

**Lời giải**



Ta có  $I = DE \cap AB, DE \subset (DEF) \Rightarrow I \in (DEF)$ ;

$AB \subset (ABC) \Rightarrow I \in (ABC)$  (1).

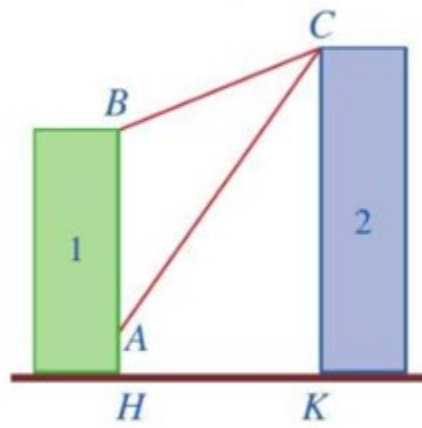
Tương tự:

$$J = EF \cap BC \Rightarrow \begin{cases} J \in EF \subset (DEF) \\ J \in BC \subset (ABC) \end{cases} \quad (2)$$

$$K = DF \cap AC \Rightarrow \begin{cases} K \in DF \subset (DEF) \\ K \in AC \subset (ABC) \end{cases} \quad (3)$$

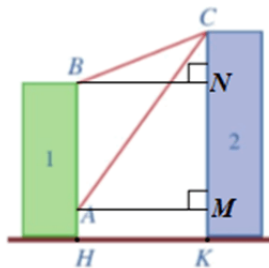
Từ (1),(2) và (3) ta có  $I, J, K$  là điểm chung của hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(DEF)$  nên chúng thẳng hàng.

**Câu 38:** Có hai chung cư cao tầng xây cạnh nhau với khoảng cách giữa chúng là  $HK = 20$  m. Để đảm bảo an ninh, trên nóc chung cư thứ hai người ta lắp camera ở vị trí  $C$ . Gọi  $A, B$  lần lượt là vị trí thấp nhất, cao nhất trên chung cư thứ nhất mà camera có thể quan sát được. Hãy tính số đo góc  $\widehat{ACB}$  (phạm vi camera có thể quan sát được ở chung cư thứ nhất). Biết rằng chiều cao của chung cư hai chung cư lần lượt là  $BH = 24$  m,  $CK = 32$  m và khoảng cách từ  $A$  đến mặt đất là  $AH = 6$  m.



### Lời giải

Kẻ  $AM \perp CK$ ,  $BN \perp CK$  (hình vẽ) ta có:



$$BN = AM = HK = 20 \text{ (m)};$$

$$CN = CK - NK = CK - BH = 32 - 24 = 8 \text{ (m)};$$

$$MN = AB = BH - AH = 24 - 6 = 18 \text{ (m)};$$

$$CM = CN + MN = 8 + 18 = 26 \text{ (m)}.$$

$$\text{Đặt } \widehat{BCN} = \alpha, \widehat{ACM} = \beta.$$

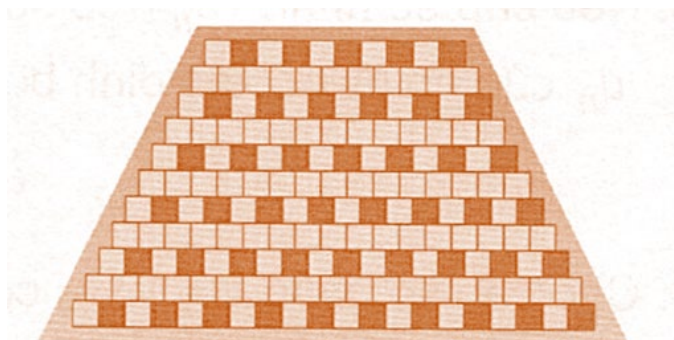
$$\text{Xét } \triangle BCN \text{ vuông tại } N \text{ có: } \tan \alpha = \frac{BN}{CN} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2};$$

$$\text{Xét } \triangle ACM \text{ vuông tại } M \text{ có: } \tan \beta = \frac{AM}{CM} = \frac{20}{26} = \frac{10}{13};$$

$$\text{Ta có: } \tan \widehat{ACB} = \tan(\widehat{BCN} - \widehat{ACM}) = \tan(\alpha - \beta)$$

$$\Rightarrow \tan \widehat{ACB} = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} = \frac{\frac{5}{2} - \frac{10}{13}}{1 + \frac{5}{2} \cdot \frac{10}{13}} = \frac{45}{76}.$$

**Câu 39:** Một bức tường trang trí có dạng hình thang, rộng  $2,4m$  ở đáy và rộng  $1,2m$  ở đỉnh (hình vẽ bên).



Các viên gạch hình vuông có kích thước  $10cm \times 10cm$  phải được đặt sao cho mỗi hàng ở phía trên chứa ít hơn một viên so với hàng ở ngay phía dưới nó. Hỏi sẽ cần bao nhiêu viên gạch hình vuông như vậy để ốp hết bức tường đó?

### Lời giải

Đổi  $2,4m = 240cm$ ;  $1,2m = 120cm$ .

Số viên gạch ở hàng đầu tiên (ứng với đáy lớn) là  $u_1 = 240 : 10 = 24$ .

Số viên gạch ở hàng trên cùng (ứng với đáy nhỏ) là

$$u_n = 120 : 10 = 12.$$

Vì mỗi hàng ở phía trên chứa ít hơn một viên so với hàng ở ngay phía dưới nó nên ta thu được cấp số cộng có công sai  $d = -1$ .

Như vậy  $u_n = 12 = u_1 + (n-1)(-1) \Rightarrow n = 13$ .

Vậy số viên gạch hình vuông cần thiết để ốp hết bức tường đó là

$$S_{13} = \frac{(u_1 + u_{13})13}{2} = 234 \text{ (viên gạch)}.$$

----- HẾT -----

**ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI**  
**MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 07**

**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)**

**Câu 1:** Trên đường tròn lượng giác, cho góc lượng giác có số đo  $\frac{\pi}{2}$  (rad) thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác trên đều có số đo dạng nào trong các dạng sau?

- A.**  $-\frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .    **B.**  $\frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$ .    **C.**  $-\frac{3\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .    **D.**  $\frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .

**Câu 2:** Hàm số nào sau đây là hàm số tuần hoàn với chu kỳ bằng  $2\pi$  ?

- A.**  $y = \sin 2x$ .    **B.**  $y = \sin x$ .    **C.**  $y = \tan x$ .    **D.**  $y = \cot x$ .

**Câu 3:** Nghiệm của phương trình  $\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$  là

- A.**  $x = k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .    **B.**  $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .  
**C.**  $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .    **D.**  $x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .

**Câu 4:** Dãy số nào trong các dãy số sau đây là dãy số bị chặn?

- A.**  $(u_n), u_n = \frac{n}{n+1} \forall n \in \mathbb{N}^*$ .    **B.**  $(u_n), u_n = n+1 \forall n \in \mathbb{N}^*$ .  
**C.**  $(u_n), u_n = -n \forall n \in \mathbb{N}^*$ .    **D.**  $(u_n), u_n = n^2 \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**Câu 5:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  biết ba số hạng đầu lần lượt là 9, x, 17. Số hạng tổng quát  $u_n$  là:

- A.**  $u_n = 4n + 5$     **B.**  $u_n = 9n - 5$     **C.**  $u_n = 4n + 1$     **D.**  $u_n = 4n + 9$

**Câu 6:** Cho dãy  $(u_n)$  có  $\lim u_n = 3$ , dãy  $(v_n)$  có  $\lim v_n = 5$ . Khi đó  $\lim(u_n \cdot v_n) = ?$

- A.** 15.    **B.** 8.    **C.** 5.    **D.** 3.

**Câu 7:** Cho  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -\infty$ , tính  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-5}{g(x)}$ .

- A.**  $-\infty$ .    **B.**  $-5$ .    **C.**  $+\infty$ .    **D.** 0.

**Câu 8:** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{(x+2)^2}$  bằng

- A.**  $-\infty$ .    **B.**  $\frac{3}{16}$ .    **C.** 0.    **D.**  $+\infty$ .

**Câu 9:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 & \text{khi } x > 1 \\ ax + 1 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$ . Xác định số thực  $a$  để hàm số liên tục tại điểm

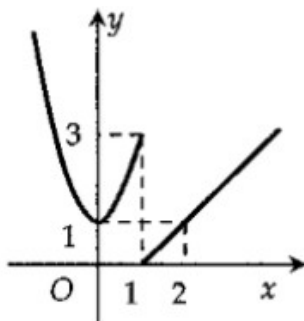
$x = 1$ .

- A.**  $a = -1$ .    **B.**  $a = 1$ .    **C.**  $a = 3$ .    **D.**  $a = -3$ .

**Câu 10:** Hàm số  $y = \frac{x}{x+1}$  gián đoạn tại điểm  $x_0$  bằng?

- A.**  $x_0 = 2023$ .    **B.**  $x_0 = 1$ .    **C.**  $x_0 = 0$     **D.**  $x_0 = -1$ .

**Câu 11:** Hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị dưới đây gián đoạn tại điểm nào?



- A.  $x = 0$ .                      B.  $x = 1$ .                      C.  $x = 2$ .                      D.  $x = 3$ .

**Câu 12:** Cho tứ diện  $ABCD$ ,  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(ACD)$  và  $(GAB)$  là

- A.  $AH$ , với  $H$  là hình chiếu của  $B$  lên  $CD$ .    B.  $AN$ , với  $N$  là trung điểm của  $CD$ .  
 C.  $AK$ , với  $K$  là hình chiếu của  $C$  lên  $BD$ .    D.  $AM$ , với  $M$  là trung điểm của  $AB$ .

**Câu 13:** Cho hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  song song với nhau. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Đường thẳng  $d \subset (P)$  và  $d' \subset (Q)$  thì  $d \parallel d'$ .  
 B. Mọi đường thẳng đi qua điểm  $A \in (P)$  và song song với  $(Q)$  đều nằm trong  $(P)$ .  
 C. Nếu đường thẳng  $\Delta$  cắt  $(P)$  thì  $\Delta$  cũng cắt  $(Q)$ .  
 D. Nếu đường thẳng  $a \subset (Q)$  thì  $a \parallel (P)$ .

**Câu 14:** Có bao nhiêu mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau?

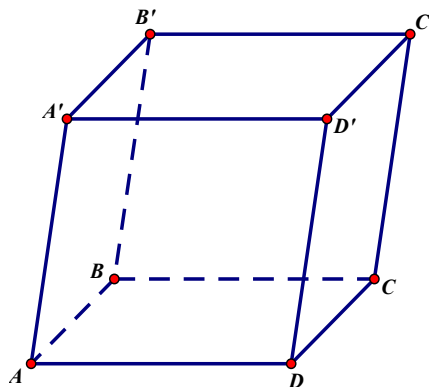
- A. 3.                                  B. Vô số.                              C. 2.                                  D. 1.

**Câu 15:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  song song với đường thẳng nào sau đây?

- A.  $AB$ .                              B.  $AD$ .                              C.  $BC$ .                              D.  $BD$ .

**Câu 16:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(ABA')$  song song với

- A.  $(AA'C')$ .                      B.  $(CC'D')$ .  
 C.  $(ADD')$ .                      D.  $(BB'A')$ .



**Câu 17:** Qua phép chiếu song song, tính chất nào không được bảo toàn?

- A. Chéo nhau                      B. Đồng qui                      C. Song song                      D. thẳng hàng.

**Câu 18:** Số tiền mà sinh viên chi cho thanh toán cước điện thoại trong tháng:

Số tiền	$[0; 50)$	$[50; 100)$	$[100; 150)$	$[150; 200)$	$[200; 250)$
Số sinh viên	5	12	23	17	3

Số sinh viên thanh toán cước điện thoại dưới 150 nghìn đồng là?

- A. 17.                                  B. 12.                                  C. 23.                                  D. 40.

**Câu 19:** Lợi nhuận bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên trong tháng 8 tại một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau.

Doanh thu	[7;10)	[10;13)	[13;16)	[16;19)	[19;22)
Số ngày	3	4	6	5	2

Số trung bình của mẫu số liệu thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. [10;13).      B. [13;16).      C. [16;19).      D. [19;22).

**Câu 20:** Khảo sát về số giờ mượn sách thư viện của học sinh khối 11 trường Y ta được một mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Số giờ mượn	[0;4)	[4;8)	[8;12)	[12;16)	[16;20)
Số học sinh	54	78	120	45	12

Số trung vị của mẫu số liệu trên là

- A. 8,75.      B. 8.      C. 10.      D. 9.

**Câu 21:** Cho  $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ ,  $\cos 2\alpha$  nhận giá trị nào trong các giá trị sau

- A.  $-\frac{1}{9}$ .      B.  $-\frac{4}{3}$ .      C.  $\frac{4}{3}$ .      D.  $-\frac{2}{3}$ .

**Câu 22:** Tìm chu kì  $T$  của hàm số  $y = 3 \sin\left(5x - \frac{\pi}{3}\right)$ .

- A.  $T = \frac{\pi}{3}$ .      B.  $T = \frac{3\pi}{5}$ .      C.  $T = \frac{2\pi}{3}$ .      D.  $T = \frac{2\pi}{5}$ .

**Câu 23:** Xét tính bị chặn của dãy số sau:  $u_n = 4 - 3n - n^2$

- A. Bị chặn.      B. Không bị chặn.      C. Bị chặn trên.      D. Bị chặn dưới.

**Câu 24:** Một đội hình văn nghệ có 15 hàng, hàng đầu tiên có 9 học sinh, mỗi hàng sau hơn hàng trước 5 học sinh. Hỏi đội văn nghệ có tất cả bao nhiêu học sinh?

- A. 600.      B. 330.      C. 1320.      D. 660.

**Câu 25:** Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Biết diện tích của đế tháp là  $12288m^2$ . Diện tích mặt trên cùng của tháp là

- A.  $6m^2$ .      B.  $8m^2$ .      C.  $10m^2$ .      D.  $12m^2$ .

**Câu 26:** Biết  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = \frac{1}{2}$  với  $a$  là tham số. Khi đó  $a - a^2$  bằng

- A. -12.      B. -2.      C. 0.      D. -6.

**Câu 27:** Tính  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(n - \sqrt{n^2 - 4n + 1}\right)$ .

- A.  $-\infty$ .      B. -2.      C.  $+\infty$ .      D. 2.

**Câu 28:** Tìm  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + 1 - \sqrt[3]{x^3 + 2}\right)$ .

- A. -1.      B.  $-\infty$ .      C.  $+\infty$ .      D. 1.

**Câu 29:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x^3 - 1) \sqrt{\frac{x}{x^2 - 1}}$

- A.  $+\infty$ .      B. 0.      C.  $-\infty$ .      D.  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 30:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $E, F, G$  là các điểm lần lượt thuộc các cạnh  $AB, AC, BD$  sao cho  $EF$  cắt  $BC$  tại  $I, EG$  cắt  $AD$  tại  $H$ . Ba đường thẳng nào sau đây đồng quy?

- A.  $CD, EF, EG$ .      B.  $CD, IG, HF$ .      C.  $AB, IG, HF$ .      D.  $AC, IG, BD$ .

**Câu 31:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Gọi  $N$  là trung điểm của cạnh  $SC$ . Lấy điểm  $M$  đối xứng với  $B$  qua  $A$ . Gọi giao điểm  $G$  của đường thẳng  $MN$  với mặt phẳng  $(SAD)$ . Tính tỉ số  $\frac{GM}{GN}$ .

- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B.  $\frac{1}{3}$ .                      C. 2.                      D. 3.

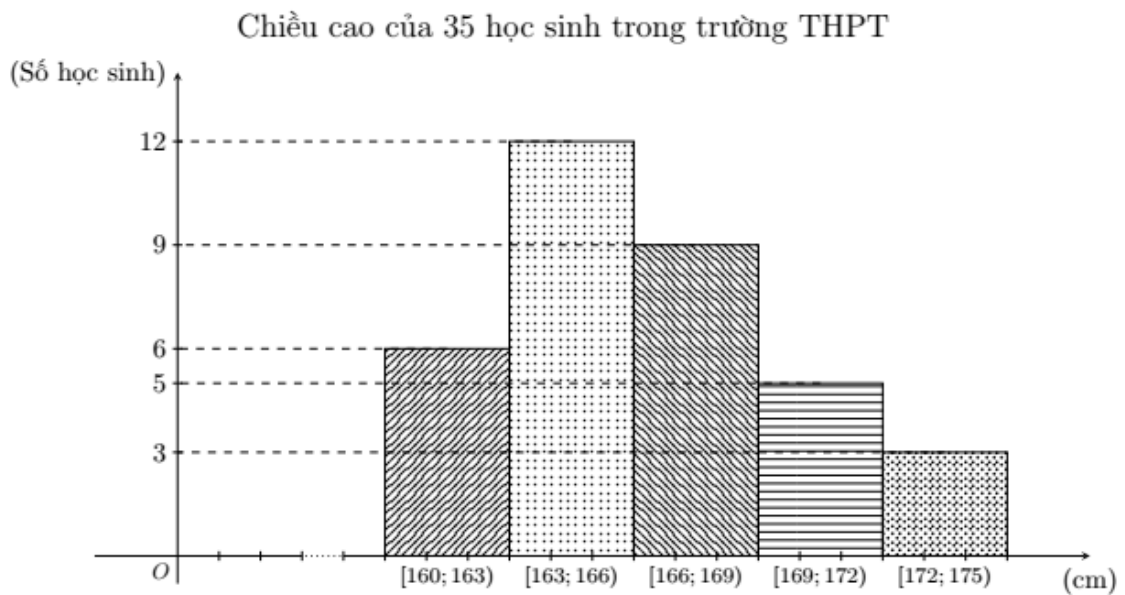
**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $H, K$  lần lượt là trung điểm của  $BC, CD$ . Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A.  $HK \parallel (SBD)$ .                      B.  $OK \parallel (SAD)$ .                      C.  $OH \parallel (SAB)$ .                      D.  $HK \parallel (SAB)$ .

**Câu 33:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $I, J, K$  lần lượt là trọng tâm tam giác  $ABC, ACC', AB'C'$ . Mặt phẳng nào sau đây song song với  $(IJK)$ ?

- A.  $(BC'A)$ .                      B.  $(AA'B)$ .                      C.  $(BB'C)$ .                      D.  $(CC'A)$ .

**Câu 34:** Kết quả điều tra chiều cao của học sinh (đơn vị: cm) trong trường THPT được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây.



Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu?

- A. 162,75.                      B. 164,75.                      C. 166,75.                      D. 168,75.

**Câu 35:** Cho bảng mẫu số liệu ghép nhóm là chiều cao của học sinh lớp 5 tuổi như sau ( $x$  nguyên dương)

Nhóm chiều cao	Tần số
[85; 90)	1
[90; 95)	$x^2 + 5$
[95; 100)	$4x$
[100; 105)	12
[105; 110)	3
[110; 115)	2

Tìm giá trị  $x$ , biết một của bảng ghép lớp trên phân bố [90; 95) là  $\frac{283}{3}$ ?

- A. 3.                      B. 4.                      C. 5.                      D. 6.

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có giới hạn hữu hạn tại  $x = -1$  và thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) + 3}{x^2 - 1} = 2$ . Tính

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{f(x) + 7} - \sqrt[3]{2f(x) + 14}}{x^3 + x^2}.$$

**Câu 37:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$ ,  $M$  là một điểm trên cạnh  $SC$ ,  $N$  là trên cạnh  $BC$ . Tìm giao điểm của đường thẳng  $SD$  với mặt phẳng  $(AMN)$ .

**Câu 38:** Hằng ngày, mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu  $h$  (m) của mực nước trong kênh tính theo thời gian  $t$  (h) được cho bởi công thức  $h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + 12$ .

Tìm thời gian ngắn nhất để mực nước của kênh là cao nhất?

**Câu 39:** Tìm hiểu tiền công khoan giếng ở hai cơ sở khoan giếng, người ta được biết:

- Ở cơ sở A: Giá của mét khoan đầu tiên là 50000 đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 10000 đồng so với giá của mét khoan ngay trước.

- Ở cơ sở B: Giá của mét khoan đầu tiên là 50000 đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 9% giá của mét khoan ngay trước.

Một người muốn chọn một trong hai cơ sở nói trên để thuê khoan một cái giếng sâu 20 mét, một cái giếng sâu 30 mét ở hai địa điểm khác nhau. Hỏi người ấy nên chọn cơ sở khoan giếng nào cho từng giếng để chi phí khoan hai giếng là ít nhất. Biết chất lượng và thời gian khoan giếng của hai cơ sở là như nhau.

----- HẾT -----



## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

### I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Trên đường tròn lượng giác, cho góc lượng giác có số đo  $\frac{\pi}{2}$  (rad) thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác trên đều có số đo dạng nào trong các dạng sau?

- A.  $-\frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .                      B.  $\frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$ .  
C.  $-\frac{3\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .                      D.  $\frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .

**Lời giải**

Góc lượng giác có số đo  $\frac{\pi}{2}$  (rad) thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác trên đều có số đo dạng  $-\frac{3\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 2:** Hàm số nào sau đây là hàm số tuần hoàn với chu kỳ bằng  $2\pi$  ?

- A.  $y = \sin 2x$ .                      B.  $y = \sin x$ .                      C.  $y = \tan x$ .                      D.  $y = \cot x$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = \sin x$  là hàm số tuần hoàn với chu kỳ bằng  $2\pi$  vì:  $\sin(x + k2\pi) = \sin x$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

**Câu 3:** Nghiệm của phương trình  $\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$  là

- A.  $x = k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .                      B.  $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .  
C.  $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .                      D.  $x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .

**Lời giải**

Ta có  $\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .

**Câu 4:** Dãy số nào trong các dãy số sau đây là dãy số bị chặn?

- A.  $(u_n), u_n = \frac{n}{n+1} \forall n \in \mathbb{N}^*$ .                      B.  $(u_n), u_n = n+1 \forall n \in \mathbb{N}^*$ .  
C.  $(u_n), u_n = -n \forall n \in \mathbb{N}^*$ .                      D.  $(u_n), u_n = n^2 \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**Lời giải**

Xét dãy  $(u_n), u_n = \frac{n}{n+1}; \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Ta có  $0 < n < n+1; \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow 0 < \frac{n}{n+1} < 1; \forall n \in \mathbb{N}^*$  nên  $0 < u_n < 1; \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Suy ra dãy số  $(u_n)$  bị chặn.

Xét dãy  $(u_n), u_n = n+1; \forall n \in \mathbb{N}^*$  ta có  $u_n = n+1 \geq 2; \forall n \in \mathbb{N}^*$  nên dãy số  $(u_n)$  bị chặn dưới.

Xét dãy  $(u_n), u_n = -n; \forall n \in \mathbb{N}^*$  ta có  $u_n = -n \leq -1; \forall n \in \mathbb{N}^*$  nên dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên.

Xét dãy  $(u_n), u_n = n^2; \forall n \in \mathbb{N}^*$  ta có  $u_n = n^2 \geq 1; \forall n \in \mathbb{N}^*$  nên dãy số  $(u_n)$  bị chặn dưới.

**Câu 5:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  biết ba số hạng đầu lần lượt là 9, x, 17. Số hạng tổng quát  $u_n$  là:

- A.  $u_n = 4n + 5$                       B.  $u_n = 9n - 5$                       C.  $u_n = 4n + 1$                       D.  $u_n = 4n + 9$

**Lời giải**

Ta có:  $u_1 = 9, u_3 = 17$ . Công sai  $d = \frac{u_3 - u_1}{2} = 4$

Số hạng tổng quát  $u_n$  là:  $u_n = u_1 + (n-1)d = 9 + (n-1)4 = 4n + 5$

**Câu 6:** Cho dãy  $(u_n)$  có  $\lim u_n = 3$ , dãy  $(v_n)$  có  $\lim v_n = 5$ . Khi đó  $\lim(u_n \cdot v_n) = ?$

- A.** 15.                                      **B.** 8.                                      **C.** 5.                                      **D.** 3.

**Lời giải**

Nếu  $\lim u_n = a, \lim v_n = b$  thì  $\lim(u_n \cdot v_n) = a \cdot b$

Do đó  $\lim(u_n \cdot v_n) = 3 \cdot 5 = 15$ .

**Câu 7:** Cho  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -\infty$ , tính  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-5}{g(x)}$ .

- A.**  $-\infty$ .                                      **B.**  $-5$ .                                      **C.**  $+\infty$ .                                      **D.** 0.

**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-5}{g(x)} = 0$$

**Câu 8:** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{(x+2)^2}$  bằng

- A.**  $-\infty$ .                                      **B.**  $\frac{3}{16}$ .                                      **C.** 0.                                      **D.**  $+\infty$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{(x+2)^2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{(x+2)^2} \cdot (x+1) = -\infty$ . Do  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{(x+2)^2} = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow -2} (x+1) = -1 < 0$ .

**Câu 9:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} & \text{khi } x > 1 \\ ax + 1 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$ . Xác định số thực  $a$  để hàm số liên tục tại điểm

$x = 1$ .

- A.**  $a = -1$ .                                      **B.**  $a = 1$ .                                      **C.**  $a = 3$ .                                      **D.**  $a = -3$ .

**Lời giải**

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

Ta có  $f(1) = a + 1$

$$\text{và } \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (ax + 1) = a + 1; \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x - 3) = -2.$$

Hàm số đã cho liên tục tại  $x = 1 \Leftrightarrow f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \Leftrightarrow a + 1 = -2 \Leftrightarrow a = -3$ .

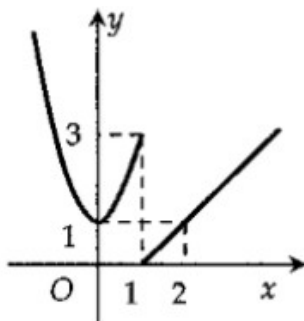
**Câu 10:** Hàm số  $y = \frac{x}{x+1}$  gián đoạn tại điểm  $x_0$  bằng?

- A.**  $x_0 = 2023$ .                                      **B.**  $x_0 = 1$ .                                      **C.**  $x_0 = 0$                                       **D.**  $x_0 = -1$ .

**Lời giải**

Vì hàm số  $y = \frac{x}{x+1}$  có TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$  nên hàm số gián đoạn tại điểm  $x_0 = -1$ .

**Câu 11:** Hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị dưới đây gián đoạn tại điểm nào?



- A.  $x = 0$ .                      B.  $x = 1$ .                      C.  $x = 2$ .                      D.  $x = 3$ .

**Lời giải**

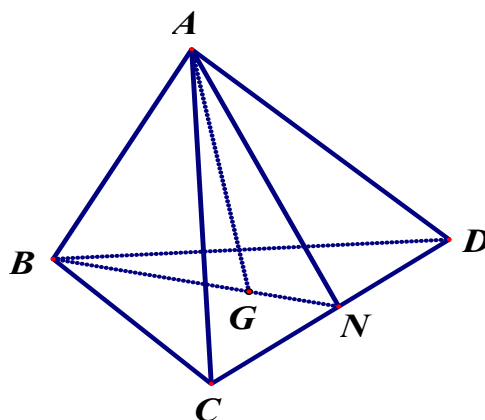
Quan sát đồ thị ta thấy  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3$ ;  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 0$ .

Vậy  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3 \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 0$  nên  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  không tồn tại. Do đó hàm số gián đoạn tại  $x = 1$ .

**Câu 12:** Cho tứ diện  $ABCD$ ,  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(ACD)$  và  $(GAB)$  là

- A.  $AH$ , với  $H$  là hình chiếu của  $B$  lên  $CD$ .    B.  $AN$ , với  $N$  là trung điểm của  $CD$ .  
 C.  $AK$ , với  $K$  là hình chiếu của  $C$  lên  $BD$ .    D.  $AM$ , với  $M$  là trung điểm của  $AB$ .

**Lời giải**



Mặt phẳng chính là mặt phẳng  $(NAB)$ , với  $N$  là trung điểm của  $CD$ . Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng  $(ACD)$  và  $(GAB)$  là  $AN$ .

**Câu 13:** Cho hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  song song với nhau. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Đường thẳng  $d \subset (P)$  và  $d' \subset (Q)$  thì  $d \parallel d'$ .  
 B. Mọi đường thẳng đi qua điểm  $A \in (P)$  và song song với  $(Q)$  đều nằm trong  $(P)$ .  
 C. Nếu đường thẳng  $\Delta$  cắt  $(P)$  thì  $\Delta$  cũng cắt  $(Q)$ .  
 D. Nếu đường thẳng  $a \subset (Q)$  thì  $a \parallel (P)$ .

**Lời giải**

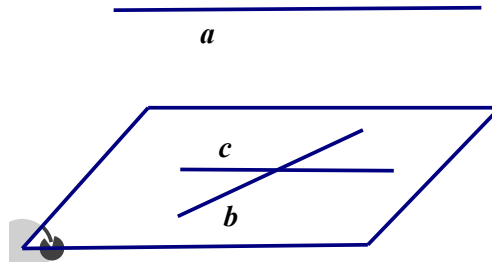
Đường thẳng  $d \subset (P)$  và  $d' \subset (Q)$  thì  $d \parallel d'$  là mệnh đề **sai**.

Hai đường thẳng  $d$  và  $d'$  còn có thể chéo nhau.

**Câu 14:** Có bao nhiêu mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau?

- A. 3.                                      B. Vô số.                                      C. 2.                                      D. 1.

**Lời giải**



Gọi hai đường thẳng chéo nhau là  $a$  và  $b$ ,  $c$  là đường thẳng song song với  $a$  và cắt  $b$ .

Gọi mặt phẳng  $(\alpha) \equiv (b, c)$ . Do  $a // c \Rightarrow a // (\alpha)$

Giả sử mặt phẳng  $(\beta) // (\alpha)$  mà  $b \subset (\alpha) \Rightarrow b // (\beta)$

Mặt khác  $a // (\alpha) \Rightarrow a // (\beta)$ . Có vô số mặt phẳng  $(\beta) // (\alpha)$

nên có vô số mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau.

**Câu 15:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  song song với đường thẳng nào sau đây?

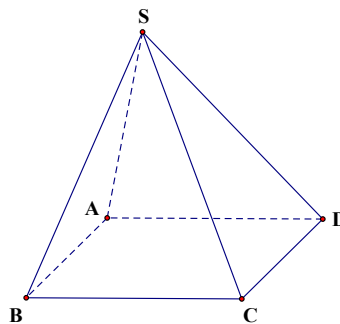
**A.**  $AB$ .

**B.**  $AD$ .

**C.**  $BC$ .

**D.**  $BD$ .

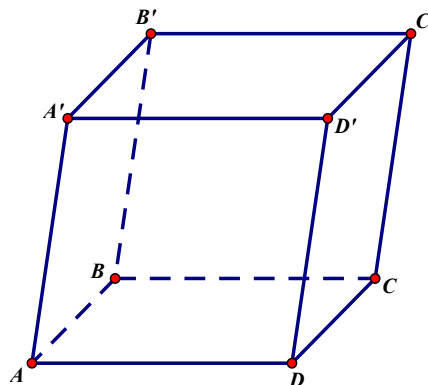
**Lời giải**



Ta có 
$$\left. \begin{array}{l} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB // CD \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Giao tuyến của hai mặt phẳng } (SAB) \text{ và } (SCD) \text{ song song với}$$

đường thẳng  $AB$  và  $CD$ .

**Câu 16:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(ABA')$  song song với



**A.**  $(AA'C')$ .

**B.**  $(CC'D')$ .

**C.**  $(ADD')$ .

**D.**  $(BB'A')$ .

**Lời giải**

Ta có:  $CC' // AA' \Rightarrow CC' // (ABA')$ ,  $C'D' // AB \Rightarrow C'D' // (ABA')$

$$\text{Mặt khác: } \begin{cases} CC', C'D' \subset (CC'D') \\ CC' \cap C'D' = \{C'\} \\ CC' \parallel (ABA'), C'D' \parallel (ABA') \end{cases} \Rightarrow (CC'D') \parallel (ABA').$$

**Câu 17:** Qua phép chiếu song song, tính chất nào không được bảo toàn?

- A.** Chéo nhau      **B.** Đồng qui      **C.** Song song      **D.** thẳng hàng.

**Lời giải**

Theo tính chất của phép chiếu song song.

**Câu 18:** Số tiền mà sinh viên chi cho thanh toán cước điện thoại trong tháng:

Số tiền	[0; 50)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)
Số sinh viên	5	12	23	17	3

Số sinh viên thanh toán cước điện thoại dưới 150 nghìn đồng là?

- A.** 17.      **B.** 12.      **C.** 23.      **D.** 40.

**Lời giải**

Số sinh viên thanh toán cước điện thoại dưới 150 nghìn đồng là:  $5 + 12 + 23 = 40$

**Câu 19:** Lợi nhuận bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên trong tháng 8 tại một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau.

Doanh thu	[7; 10)	[10; 13)	[13; 16)	[16; 19)	[19; 22)
Số ngày	3	4	6	5	2

Số trung bình của mẫu số liệu thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A.** [10; 13).      **B.** [13; 16).      **C.** [16; 19).      **D.** [19; 22).

**Lời giải**

Ta có bảng thống kê số ngày theo giá trị đại diện như sau

Doanh thu đại diện	8,5	11,5	14,5	17,5	20,5
Số ngày	3	4	6	5	2

Khi đó ta có số trung bình của mẫu số liệu trên được tính như sau

$$\bar{x} = \frac{8,5 \cdot 3 + 11,5 \cdot 4 + 14,5 \cdot 6 + 17,5 \cdot 5 + 20,5 \cdot 2}{3 + 4 + 6 + 5 + 2} = 14,35.$$

**Câu 20:** Khảo sát về số giờ mượn sách thư viện của học sinh khối 11 trường Y ta được một mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Số giờ mượn	[0; 4)	[4; 8)	[8; 12)	[12; 16)	[16; 20)
Số học sinh	54	78	120	45	12

Số trung vị của mẫu số liệu trên là

- A.** 8,75.      **B.** 8.      **C.** 10.      **D.** 9.

**Lời giải**

Ta có: Cỡ mẫu  $n = 309 \Rightarrow \frac{n}{2} = 154,5$ .

Suy ra nhóm [8; 12) chứa số trung vị.

Do đó số trung vị của mẫu số liệu trên là

$$M_e = 8 + \frac{154,5 - 132}{120} \cdot 4 = 8,75. \text{ Chọn A}$$

**Câu 21:** Cho  $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ ,  $\cos 2\alpha$  nhận giá trị nào trong các giá trị sau

**A.**  $-\frac{1}{9}$ .

**B.**  $-\frac{4}{3}$ .

**C.**  $\frac{4}{3}$ .

**D.**  $-\frac{2}{3}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 1 = \frac{-1}{9}$ .

**Câu 22:** Tìm chu kì  $T$  của hàm số  $y = 3\sin\left(5x - \frac{\pi}{3}\right)$ .

**A.**  $T = \frac{\pi}{3}$ .

**B.**  $T = \frac{3\pi}{5}$ .

**C.**  $T = \frac{2\pi}{3}$ .

**D.**  $T = \frac{2\pi}{5}$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = A\sin(ax + b)$  tuần hoàn với chu kì  $T = \frac{2\pi}{|a|}$ .

Áp dụng: Hàm số  $y = 3\sin\left(5x - \frac{\pi}{3}\right)$  tuần hoàn với chu kì  $T = \frac{2\pi}{5}$ .

**Câu 23:** Xét tính bị chặn của dãy số sau:  $u_n = 4 - 3n - n^2$

**A.** Bị chặn.

**B.** Không bị chặn.

**C.** Bị chặn trên.

**D.** Bị chặn dưới.

**Lời giải**

Vì  $u_n = 4 - 3n - n^2 = \frac{25}{4} - \left(n + \frac{3}{2}\right)^2 < \frac{25}{4}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$  nên dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên; dãy  $(u_n)$  không bị chặn dưới.

**Câu 24:** Một đội hình văn nghệ có 15 hàng, hàng đầu tiên có 9 học sinh, mỗi hàng sau hơn hàng trước 5 học sinh. Hỏi đội văn nghệ có tất cả bao nhiêu học sinh?

**A.** 600.

**B.** 330.

**C.** 1320.

**D.** 660.

**Lời giải**

Coi cách sắp xếp đội hình thành một cấp số cộng với  $u_1 = 9$ ,  $d = 5$ .

Tổng số học sinh tham gia văn nghệ là  $S_{15} = u_1 + u_2 + \dots + u_{15} = \frac{15}{2} \cdot (2 \cdot 9 + 14 \cdot 5) = 660$ .

**Câu 25:** Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Biết diện tích của đế tháp là  $12288m^2$ . Diện tích mặt trên cùng của tháp là

**A.**  $6m^2$ .

**B.**  $8m^2$ .

**C.**  $10m^2$ .

**D.**  $12m^2$ .

**Lời giải**

Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng lập thành một cấp số nhân có công bội  $q = \frac{1}{2}$  và số hạng đầu

$$u_1 = \frac{12288}{2} = 6144.$$

Khi đó diện tích mặt trên cùng của tháp là  $u_{11} = u_1 \cdot q^{10} = 6144 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = 6 (m^2)$ .

**Câu 26:** Biết  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = \frac{1}{2}$  với  $a$  là tham số. Khi đó  $a - a^2$  bằng

**A.**  $-12$

**B.**  $-2$ .

**C.**  $0$ .

**D.**  $-6$ .

**Lời giải**

Ta có  $\lim \frac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = \lim \frac{n^3 \left( 2 + \frac{1}{n} - \frac{4}{n^3} \right)}{n^3 \left( a + \frac{2}{n^3} \right)} = \frac{2}{a} = \frac{1}{2}$ .

Suy ra  $a = 4$ . Khi đó  $a - a^2 = 4 - 4^2 = -12$ .

**Câu 27:** Tính  $\lim (n - \sqrt{n^2 - 4n + 1})$ .

A.  $-\infty$ .

B.  $-2$ .

C.  $+\infty$ .

**D. 2**

**Lời giải**

$$\lim (n - \sqrt{n^2 - 4n + 1}) = \lim \frac{4n - 1}{n + \sqrt{n^2 - 4n + 1}} = \lim \frac{4 - \frac{1}{n}}{1 + \sqrt{1 - \frac{4}{n} + \frac{1}{n^2}}} = \frac{4 - 0}{1 + \sqrt{1 - 0 + 0}} = 2.$$

**Câu 28:** Tìm  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 1 - \sqrt[3]{x^3 + 2})$ .

A.  $-1$ .

B.  $-\infty$ .

C.  $+\infty$ .

**D. 1**

**Lời giải**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + x - \sqrt[3]{x^3 + 2}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 1 + \frac{-2}{x^2 + x\sqrt[3]{x^3 + 2} + (\sqrt[3]{x^3 + 2})^2} \right)$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 1 + \frac{-2}{x^2 \left( 1 + \sqrt[3]{1 + \frac{2}{x^3}} + \left( \sqrt[3]{1 + \frac{2}{x^3}} \right)^2 \right)} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 1 + \frac{\frac{-2}{x^2}}{1 + \sqrt[3]{1 + \frac{2}{x^3}} + \left( \sqrt[3]{1 + \frac{2}{x^3}} \right)^2} \right) = 1$$

Vậy  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 1 - \sqrt[3]{x^3 + 2}) = 1$ .

**Câu 29:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x^3 - 1) \sqrt{\frac{x}{x^2 - 1}}$

A.  $+\infty$ .

**B. 0**

C.  $-\infty$ .

D.  $\frac{3}{2}$

**Lời giải**

Ta có:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^3 - 1) \sqrt{\frac{x}{x^2 - 1}} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{\frac{(x^3 - 1)^2 x}{x^2 - 1}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{\frac{(x-1)^2 (x^2 + x + 1)^2 x}{(x-1)(x+1)}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{\frac{(x-1)(x^2 + x + 1)^2 x}{(x+1)}} = 0. \end{aligned}$$

**Câu 30:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $E, F, G$  là các điểm lần lượt thuộc các cạnh  $AB, AC, BD$  sao cho  $EF$  cắt  $BC$  tại  $I$ ,  $EG$  cắt  $AD$  tại  $H$ . Ba đường thẳng nào sau đây đồng quy?

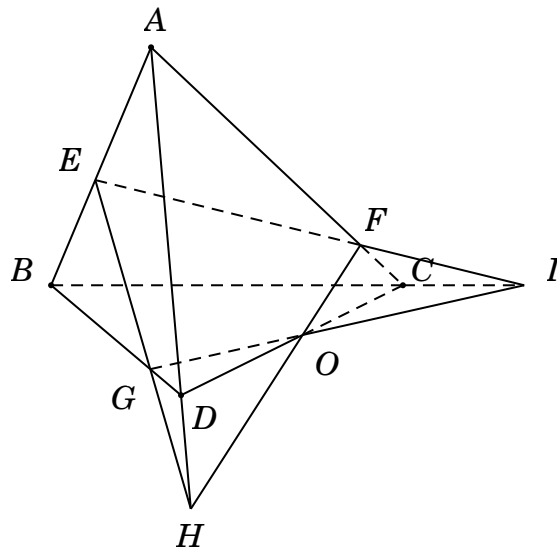
A.  $CD, EF, EG$ .

**B.  $CD, IG, HF$ .**

C.  $AB, IG, HF$ .

D.  $AC, IG, BD$ .

**Lời giải.**



Phương pháp: Để chứng minh ba đường thẳng  $d_1, d_2, d_3$  đồng quy ta chứng minh giao điểm của hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  là điểm chung của hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$ ; đồng thời  $d_3$  là giao tuyến  $(\alpha)$  và  $(\beta)$ .

Gọi  $O = HF \cap IG$ . Ta có

- $O \in HF$  mà  $HF \subset (ACD)$  suy ra  $O \in (ACD)$ .
- $O \in IG$  mà  $IG \subset (BCD)$  suy ra  $O \in (BCD)$ .

Do đó  $O \in (ACD) \cap (BCD)$ . (1)

Mà  $(ACD) \cap (BCD) = CD$ . (2)

Từ (1) và (2), suy ra  $O \in CD$ .

Vậy ba đường thẳng  $CD, IG, HF$  đồng quy.

**Câu 31:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Gọi  $N$  là trung điểm của cạnh  $SC$ . Lấy điểm  $M$  đối xứng với  $B$  qua  $A$ . Gọi giao điểm  $G$  của đường thẳng  $MN$  với mặt phẳng  $(SAD)$ . Tính tỉ số  $\frac{GM}{GN}$ .

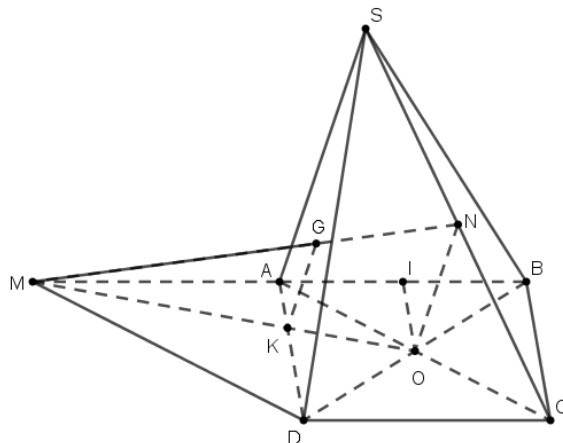
A.  $\frac{1}{2}$ .

B.  $\frac{1}{3}$ .

C. 2.

D. 3.

**Lời giải**



Gọi giao điểm của  $AC$  và  $BD$  là  $O$  và kẻ  $OM$  cắt  $AD$  tại  $K$ . Vì  $O$  là trung điểm  $AC$ ,



$N$  là trung điểm  $SC$  nên  $ON // SA$ . Vậy hai mặt phẳng  $(MON)$  và  $(SAD)$  cắt nhau tại giao tuyến  $GK$  song song với  $NO$ . Áp dụng định lí Talet cho  $GK // ON$ , ta có:

$$\frac{GM}{GN} = \frac{KM}{KO}$$

Gọi  $I$  là trung điểm của  $AB$ , vì  $O$  là trung điểm của  $BD$  nên theo tính chất đường trung bình,  $OI // AD$ , vậy theo định lí Talet:

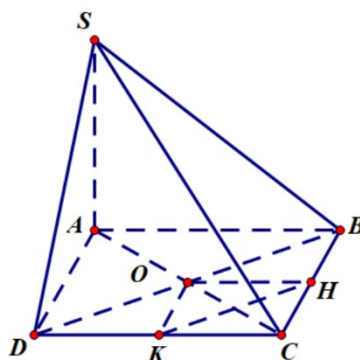
$$\frac{KM}{KO} = \frac{AM}{AI} = \frac{AB}{AI} = 2.$$

Từ và, ta có  $\frac{GM}{GN} = 2$ .

**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $H, K$  lần lượt là trung điểm của  $BC, CD$ . Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A.  $HK // (SBD)$ .      B.  $OK // (SAD)$ .      C.  $OH // (SAB)$ .      D.  $HK // (SAB)$ .

**Lời giải**



+ Ta có  $HK \not\subset (SBD)$ .

Ta thấy  $HK$  là đường trung bình của tam giác  $BCD$  nên  $HK // BD$  mà  $BD \subset (SBD)$ .

Do đó  $HK // (SBD)$ .

+ Ta có  $OK \not\subset (SAD)$ .

Ta thấy  $OK$  là đường trung bình của tam giác  $ACD$  nên  $OK // AD$  mà  $AD \subset (SAD)$ .

Do đó  $OK // (SAD)$ .

+ Ta có  $OH \not\subset (SAB)$ .

Ta thấy  $OH$  là đường trung bình của tam giác  $ABC$  nên  $OH // AB$  mà  $AB \subset (SAB)$ .

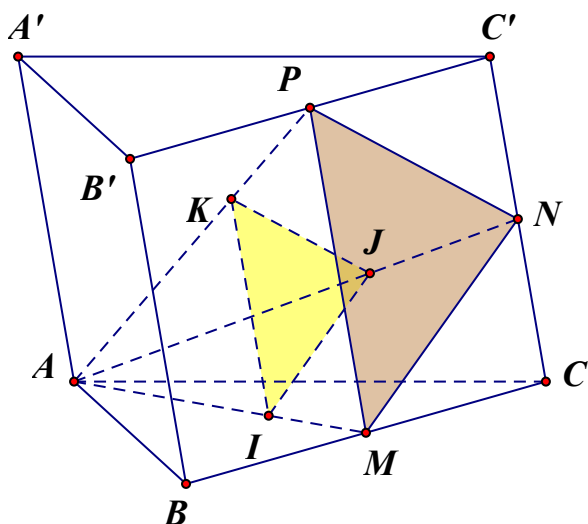
Do đó  $OH // (SAB)$ .

+ Trong mp  $(ABCD)$  ta thấy:  $AB \cap HK$  mà  $AB \subset (SAB)$  nên  $HK$  không song song với  $(SAB)$

**Câu 33:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $I, J, K$  lần lượt là trọng tâm tam giác  $ABC, ACC', AB'C'$ . Mặt phẳng nào sau đây song song với  $(IJK)$ ?

- A.  $(BC'A)$ .      B.  $(AA'B)$ .      C.  $(BB'C)$ .      D.  $(CC'A)$ .

**Lời giải.**



Do  $I, J, K$  lần lượt là trọng tâm tam giác  $ABC, ACC'$  nên  $\frac{AI}{AM} = \frac{AJ}{AN} = \frac{2}{3}$  nên  $IJ \parallel MN$ .

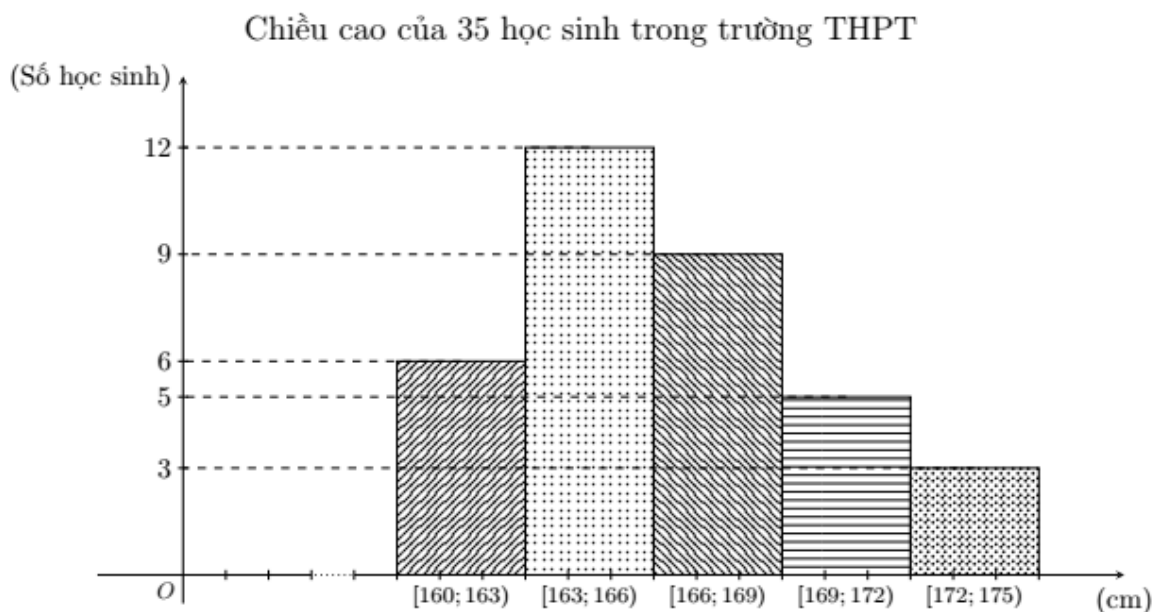
$\Rightarrow IJ \parallel (BCC'B')$

Tương tự  $IK \parallel (BCC'B')$

$\Rightarrow (IJK) \parallel (BCC'B')$

Hay  $(IJK) \parallel (BB'C)$ .

**Câu 34:** Kết quả điều tra chiều cao của học sinh (đơn vị: cm) trong trường THPT được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây.



Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu?

A. 162,75.

B. 164,75.

C. 166,75.

**D. 168,75.**

**Lời giải**

Gọi  $x_1, x_2, \dots, x_{35}$  là cân nặng của các em học sinh trong trường THPT xếp theo thứ tự không giảm.

Do  $x_1, \dots, x_6 \in [160; 163)$ ;  $x_7, \dots, x_{18} \in [163; 166)$ ;  $x_{19}, \dots, x_{27} \in [166; 169)$ ;  
 $x_{28}, \dots, x_{32} \in [169; 172)$ ;  $x_{33}, x_{34}, x_{35} \in [172; 175)$  nên tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu  
 $x_1, x_2, \dots, x_{35}$  là  $x_{27}$  thuộc nhóm  $[166; 169)$ . Vậy tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 166 + \frac{\frac{3.35}{4} - (6+12)}{9} (169 - 166) = 168,75.$$

**Câu 35:** Cho bảng mẫu số liệu ghép nhóm là chiều cao của học sinh lớp 5 tuổi như sau ( $x$  nguyên dương)

Nhóm chiều cao	Tần số
$[85; 90)$	1
$[90; 95)$	$x^2 + 5$
$[95; 100)$	$4x$
$[100; 105)$	12
$[105; 110)$	3
$[110; 115)$	2

Tìm giá trị  $x$ , biết một của bảng ghép lớp trên phân bố  $[90; 95)$  là  $\frac{283}{3}$ ?

**A. 3.**

**B. 4.**

**C. 5.**

**D. 6.**

**Lời giải**

Ta có, theo công thức tính một thì

$$\frac{283}{3} = 90 + \left( \frac{x^2 + 5 - 1}{2 \cdot (x^2 + 5) - 1 - 4x} \right) \cdot 5$$

$$\Leftrightarrow 11x^2 - 52x + 57 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{19}{11} \end{cases}$$

Do  $x$  nguyên dương nên suy ra  $x = 3$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có giới hạn hữu hạn tại  $x = -1$  và thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)+3}{x^2-1} = 2$ . Tính

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{f(x)+7} - \sqrt[3]{2f(x)+14}}{x^3+x^2}.$$

**Lời giải**

Nếu  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) \neq -3$  thì  $\lim_{x \rightarrow -1} [f(x)+3] \neq 0$  và  $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2-1) = 0$ .

Khi đó  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)+3}{x^2-1}$  không thể hữu hạn. Do đó,  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -3$ .

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{f(x)+7} - \sqrt[3]{2f(x)+14}}{x^3+x^2} = \lim_{x \rightarrow -1} \left[ \frac{\sqrt{f(x)+7} - 2}{x^3+x^2} - \frac{\sqrt[3]{2f(x)+14} - 2}{x^3+x^2} \right]$$

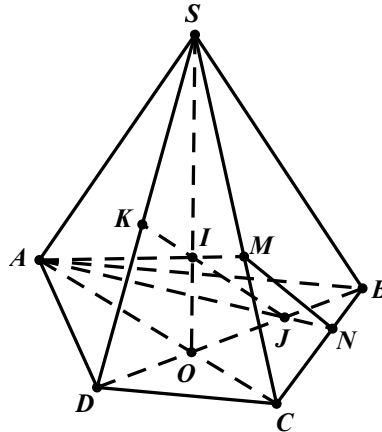
$$= \lim_{x \rightarrow -1} \left\{ \frac{f(x)+3}{x^2(x+1)[\sqrt{f(x)+7}+2]} - \frac{2f(x)+6}{x^2(x+1)[\sqrt[3]{(2f(x)+14)^2} + 2\sqrt[3]{2f(x)+14} + 4]} \right\}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \left\{ \frac{f(x)+3}{x^2-1} \cdot \left[ \frac{x-1}{x^2 \cdot (\sqrt{f(x)+7}+2)} - \frac{2(x-1)}{x^2 \cdot (\sqrt[3]{(2f(x)+14)^2 + 2\sqrt[3]{2f(x)+14}+4)} \right] \right\}$$

$$= 2 \cdot \left( \frac{-2}{2+2} - \frac{-4}{4+4+4} \right) = -\frac{1}{3}.$$

**Câu 37:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$ ,  $M$  là một điểm trên cạnh  $SC$ ,  $N$  là trên cạnh  $BC$ . Tìm giao điểm của đường thẳng  $SD$  với mặt phẳng  $(AMN)$ .

**Lời giải.**



Trong mặt phẳng  $(ABCD)$  gọi  $O = AC \cap BD, J = AN \cap BD$ .

Trong  $(SAC)$  gọi  $I = SO \cap AM$  và  $K = IJ \cap SD$ .

Ta có  $I \in AM \subset (AMN), J \in AN \subset (AMN)$

$\Rightarrow IJ \subset (AMN)$ .

Do đó  $K \in IJ \subset (AMN) \Rightarrow K \in (AMN)$ .

Vậy  $K = SD \cap (AMN)$

**Câu 38:** Hằng ngày, mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu  $h$ (m) của mực nước trong kênh tính theo thời gian  $t$ (h) được cho bởi công thức  $h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + 12$ .

Tìm thời gian ngắn nhất để mực nước của kênh là cao nhất?

**Lời giải**

Ta có:  $-1 \leq \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) \leq 1 \Leftrightarrow 9 \leq h \leq 15$ . Do đó mực nước cao nhất của kênh là 15m đạt được

khi  $\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3} = k2\pi \Leftrightarrow t = -2 + 12k$

Vì  $t > 0 \Leftrightarrow -2 + 12k > 0 \Leftrightarrow k > \frac{1}{6}$

Chọn số  $k$  nguyên dương nhỏ nhất thỏa  $k > \frac{1}{6}$  là  $k = 1 \Rightarrow t = 10$ .

**Câu 39:** Tìm hiệu tiền công khoan giếng ở hai cơ sở khoan giếng, người ta được biết:

- Ở cơ sở A: Giá của mét khoan đầu tiên là 50000 đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 10000 đồng so với giá của mét khoan ngay trước.

- Ở cơ sở B: Giá của mét khoan đầu tiên là 50000 đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 9% giá của mét khoan ngay trước.

Một người muốn chọn một trong hai cơ sở nói trên để thuê khoan một cái giếng sâu 20 mét, một cái giếng sâu 30 mét ở hai địa điểm khác nhau. Hỏi người ấy nên chọn cơ sở khoan giếng nào cho từng giếng để chi phí khoan hai giếng là ít nhất. Biết chất lượng và thời gian khoan giếng của hai cơ sở là như nhau.

### Lời giải

Kí hiệu  $A_n, B_n$  lần lượt là số tiền công ( đơn vị đồng) cần trả theo cách tính giá của cơ sở A và cơ sở **B**.

Theo giả thiết ta có:

+  $A_n$  là tổng  $n$  số hạng đầu tiên của cấp số cộng với số hạng đầu  $u_1 = 50000$  và công sai

$d = 10000$  là tổng  $n$  số hạng đầu tiên của cấp số nhân với số hạng đầu  $v_1 = 50000$  và công bội  $q = 1,09$ . Do đó

$$A_{20} = \frac{20(2u_1 + 19d)}{2} = 10(2.50000 + 19.10000) = 2900000$$

$$B_{20} = v_1 \frac{1 - q^{20}}{1 - q} = 50000 \cdot \frac{1 - (1,09)^{20}}{1 - 1,09} \approx 2558000$$

Suy ra nên chọn cơ sở B khoan giếng 20 mét.

$$A_{30} = \frac{30(2u_1 + 29d)}{2} = 15(2.50000 + 29.10000) = 5850000$$

$$B_{30} = v_1 \frac{1 - q^{30}}{1 - q} = 50000 \cdot \frac{1 - (1,09)^{30}}{1 - 1,09} \approx 6815377$$

Suy ra nên chọn cơ sở A để khoan giếng 30 mét.

----- HẾT -----

**ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI**  
**MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 08**

**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)**

- Câu 1:** Số đo theo độ của góc  $\frac{3\pi}{5}rad$  là  
A.  $72^\circ$ .                      B.  $-72^\circ$                       C.  $108^\circ$ .                      D.  $300^\circ$ .
- Câu 2:** Hàm số  $y = \cos x$  đồng biến trên khoảng  
A.  $(-\pi; 0)$ .                      B.  $(\frac{\pi}{2}; \pi)$ .                      C.  $(0; \pi)$ .                      D.  $(\frac{-\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ .
- Câu 3:** Nghiệm của phương trình  $\tan 2x = 1$  là:  
A.  $x = \frac{\pi}{8} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ .                      B.  $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$ .  
C.  $x = \frac{\pi}{8} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ .                      D.  $x = \frac{\pi}{8} + k4\pi (k \in \mathbb{Z})$ .
- Câu 4:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \frac{n}{3^n - 1}$ . Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là  
A.  $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$ .                      B.  $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{26}$ .                      C.  $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}$ .                      D.  $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$ .
- Câu 5:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$  và công bội  $q = 3$ . Tính  $u_3$   
A.  $u_3 = 6$ .                      B.  $u_3 = 9$ .                      C.  $u_3 = 18$ .                      D.  $u_3 = 8$ .
- Câu 6:** Cho  $\lim u_n = -3$ ;  $\lim v_n = 2$ . Khi đó  $\lim(u_n - v_n)$  bằng  
A.  $-5$ .                      B.  $-1$ .                      C.  $5$ .                      D.  $1$ .
- Câu 7:** Kết quả của  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 3}{x^2 + x + 3}$  là:  
A.  $-2$ .                      B.  $+\infty$ .                      C.  $3$ .                      D.  $2$ .
- Câu 8:** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - 1}$  bằng  
A.  $-\infty$ .                      B.  $-1$ .                      C.  $1$ .                      D.  $+\infty$ .
- Câu 9:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 4 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ . Chọn mệnh đề đúng?  
A. Hàm số liên tục tại  $x = 2$ .                      B. Hàm số gián đoạn tại  $x = 2$ .  
C.  $f(4) = 2$ .                      D.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2$ .
- Câu 10:** Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?  
A.  $y = x^3 + 2x + 2023$ .                      B.  $y = \frac{2}{\sin 2x}$ .                      C.  $y = \frac{x-1}{x^2-1}$ .                      D.  $y = \sqrt{x^2-1}$ .
- Câu 11:** Phương trình  $x^5 - 3x + 23 = 0$  có nghiệm thuộc khoảng nào?  
A.  $(-3; -2)$ .                      B.  $(0; 1)$ .                      C.  $(-2; -1)$ .                      D.  $(2; 3)$ .
- Câu 12:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang có đáy lớn  $AB$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SC$ . Giao điểm của  $BC$  với  $mp(ADM)$  là:  
A. giao điểm của  $BC$  và  $AM$ .                      B. giao điểm của  $BC$  và  $SD$ .

C. giao điểm của  $BC$  và  $AD$ . **D.** giao điểm của  $BC$  và  $DM$ .

**Câu 13:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I$  và  $J$  theo thứ tự là trung điểm của  $AD$  và  $AC$ ,  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(GIJ)$  và  $(BCD)$  là đường thẳng:

- A. qua  $I$  và song song với  $AB$ . **B.** qua  $J$  và song song với  $BD$ .  
C. qua  $G$  và song song với  $CD$ . **D.** qua  $G$  và song song với  $BC$ .

**Câu 14:** Cho đường thẳng  $a$  song song với mặt phẳng  $(\alpha)$ . Mặt phẳng  $(\beta)$  chứa  $a$  và cắt mặt phẳng  $(\alpha)$  theo giao tuyến  $d$ . Kết luận nào sau đây đúng?

- A.  $a$  và  $d$  cắt nhau. **B.**  $a$  và  $d$  trùng nhau.  
C.  $a$  và  $d$  chéo nhau. **D.**  $a$  và  $d$  song song.

**Câu 15:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BB'$  và  $CC'$ . Gọi  $\Delta$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(AMN)$  và  $(A'B'C')$ . Khi đó

- A.  $\Delta \parallel AB$ . **B.**  $\Delta \parallel AC$ . **C.**  $\Delta \parallel BC$ . **D.**  $\Delta \parallel AA'$ .

**Câu 16:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A.  $(AB'D') \parallel (A'BD)$ . **B.**  $(AB'D') \parallel (C'BD)$ . **C.**  $(DA'C') \parallel (ACB)$ . **D.**  $(AB'D') \parallel (BCD)$ .

**Câu 17:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Hình chiếu song song của hai đường thẳng song song có thể trùng nhau.  
B. Một đường thẳng luôn cắt hình chiếu song song của nó.  
C. Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau thì cắt nhau hoặc trùng nhau.  
D. Một đường thẳng có thể song song hoặc trùng với hình chiếu song song của nó.

**Câu 18:** Tiền lãi trong 30 ngày được khảo sát ở một quầy bán báo như sau:

81	37	74	65	31	63	58	82	67	77	63	46	30	53	73
51	44	52	92	93	53	85	77	47	42	57	57	85	55	64

Bảng ghép nhóm nào sau đây của mẫu số liệu trên là **đúng**?

- A. 

Số tiền lãi	[29,5; 40,5)	[40,5; 51,5)	[51,5; 62,5)	[62,5; 73,5)	[73,5; 84,5)	[84,5; 95,5)
Tần số	4	5	8	6	4	3
- B. 

Số tiền lãi	[29,5; 40,5)	[40,5; 51,5)	[51,5; 62,5)	[62,5; 73,5)	[73,5; 84,5)	[84,5; 95,5)
Tần số	3	5	7	6	5	4
- C. 

Số tiền lãi	[29,5; 40,5)	[40,5; 51,5)	[51,5; 62,5)	[62,5; 73,5)	[73,5; 84,5)	[84,5; 95,5)
Tần số	3	6	6	6	5	4
- D. 

Số tiền lãi	[29,5; 40,5)	[40,5; 51,5)	[51,5; 62,5)	[62,5; 73,5)	[73,5; 84,5)	[84,5; 95,5)
Tần số	3	5	6	6	5	5

**Câu 19:** Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 25 cây dừa giống như sau:

Chiều cao (cm)	[0;10)	[10; 20)	[20;30)	[30; 40)	[40; 50)
Số cây	4	6	7	5	3

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A.  $M_e = \frac{175}{7}$ . **B.**  $M_e = \frac{165}{5}$ . **C.**  $M_e = \frac{165}{7}$ . **D.**  $M_e = \frac{165}{3}$ .

**Câu 20:** Số sản phẩm bán được của mặt hàng X tại một cửa hàng trong 30 ngày được thống kê trong bảng

Số sản phẩm	[3;5]	[6;8]	[9;11]	[12;14]	[15;17]
Số ngày	3	5	7	10	5

Cửa hàng đó bán được cao nhất bao nhiêu sản phẩm mỗi ngày?

- A. 12.                                      B. 13.                                      C. 14.                                      D. 17.

**Câu 21:** Cho  $\cot \alpha = 15$  thì  $\sin 2\alpha$  bằng

- A.  $\frac{15}{113}$ .                                      B.  $-\frac{15}{113}$ .                                      C.  $\frac{15}{226}$ .                                      D.  $-\frac{15}{226}$ .

**Câu 22:** Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h của mực nước trong kênh tính theo thời gian t được cho bởi công thức  $h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) + 14$ . Khi nào mực nước của kênh là cao nhất với thời gian ngắn nhất?

- A. 9    B. 14    C. 16.    D. 19

**Câu 23:** Cho dãy  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{n+2023}{2023n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A. Dãy  $(u_n)$  bị chặn dưới nhưng không bị chặn trên.  
 B. Dãy  $(u_n)$  bị chặn.  
 C. Dãy  $(u_n)$  không bị chặn trên, không bị chặn dưới.  
 D. Dãy  $(u_n)$  bị chặn trên nhưng không bị chặn dưới

**Câu 24:** Hùng đang tiết kiệm để mua một cây guitar. Trong tuần đầu tiên, anh ta để dành 42 đô la, và trong mỗi tuần tiếp theo, anh ta đã thêm 8 đô la vào tài khoản tiết kiệm của mình. Cây guitar Hùng cần mua có giá 400 đô la. Hỏi vào tuần thứ bao nhiêu thì anh ấy có đủ tiền để mua cây guitar đó?

- A. 47    B. 45    C. 44    D. 46

**Câu 25:** Bốn góc của một tứ giác tạo thành cấp số nhân và góc lớn nhất gấp 27 lần góc nhỏ nhất. Tổng của góc lớn nhất và góc bé nhất bằng

- A.  $56^0$ .    B.  $102^0$ .    C.  $252^0$ .    D.  $168^0$ .

**Câu 26:** Kết quả của  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 4 \cdot 2^{n-1} - 3}{3 \cdot 2^n + 4^n}$  bằng:

- A.  $+\infty$ .    B.  $-\infty$ .    C. 0.    D. 1.

**Câu 27:** Tính giới hạn  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n(n+3)} \right]$ .

- A. 1.    B. 2.    C.  $\frac{11}{18}$ .    D.  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 28:** Giá trị của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + x + 2x})$  là:

- A. 0.    B.  $+\infty$ .    C.  $-\frac{1}{4}$ .    D.  $-\infty$ .

**Câu 29:** Tìm  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 + x - 2}$ .

- A. -5.    B.  $-\infty$ .    C. 0.    D. 1.



**Câu 30:** Cho tứ diện  $ABCD$ .  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ ,  $M$  là trung điểm  $CD$ ,  $I$  là điểm trên đoạn thẳng  $AG$ ,  $BI$  cắt mặt phẳng  $(ACD)$  tại  $J$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.  $AM = (ACD) \cap (ABG)$ .
- B.  $A, J, M$  thẳng hàng.
- C.  $J$  là trung điểm  $AM$ .
- D.  $DJ = (ACD) \cap (BDJ)$ .

**Câu 31:** Cho tứ diện  $ABCD$ ,  $M$  là điểm thuộc  $BC$  sao cho  $MC = 2MB$ . Gọi  $N, P$  lần lượt là trung điểm của  $BD$  và  $AD$ . Điểm  $Q$  là giao điểm của  $AC$  với  $(MNP)$ . Tính  $\frac{QC}{QA}$ .

- A.  $\frac{QC}{QA} = \frac{3}{2}$ .
- B.  $\frac{QC}{QA} = \frac{5}{2}$ .
- C.  $\frac{QC}{QA} = 2$ .
- D.  $\frac{QC}{QA} = \frac{1}{2}$ .

**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $SC$  và  $BC$ . Chọn **khẳng định đúng** trong các khẳng định sau:

- A.  $JI \parallel (SAC)$ .
- B.  $JI \parallel (SAB)$ .
- C.  $JI \parallel (SBC)$ .
- D.  $JI \parallel (SAD)$ .

**Câu 33:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(AB'D')$  song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A.  $(BA'C')$ .
- B.  $(C'BD)$ .
- C.  $(BDA')$ .
- D.  $(ACD')$ .

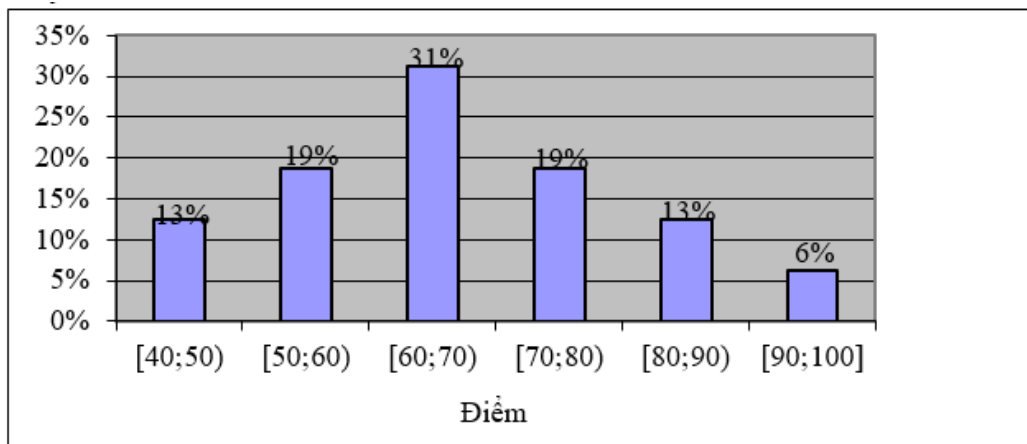
**Câu 34:** Thống kê điểm học kì môn toán của các học sinh lớp 11A của một trường THPT, người ta thu được số liệu sau:

3	5,5	5	4	4,5	4,5	3	5	4	4,5	4,5	6,5	6,5	7,5	3,5
5	6	7	8	8	7	4,5	6	5	7	4	5,5	7,5	8,5	9,5
4	3,5	5	8,5	6,5	4,5	7,5	7	4,5	3	7	5,5	5,5	6,5	9

Tìm số trung vị của mẫu số liệu khi ta ghép lớp thành các nhóm có độ dài là 1 như sau:  $[3;4), [4;5), \dots, [9;10)$ , (làm tròn đến hàng phần mười).

- A. 6,7.
- B. 9,3.
- C. 5,8.
- D. 5,7.

**Câu 35:** Kết quả điểm thi của 32 học sinh trong kì thi Tiếng Anh (thang điểm 100) được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây:



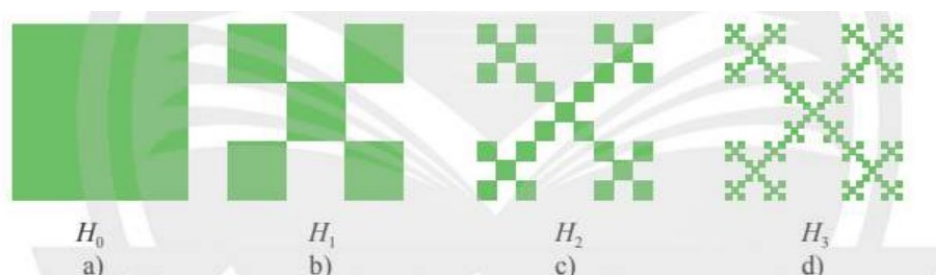
Hãy ước lượng một của mẫu số liệu trên?

- A. 55.
- B. 65.
- C. 72.
- D. 68.

**II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)**

**Câu 36:** Xét quá trình tạo ra hình có chu vi vô cực và diện tích bằng 0 như sau:

Bắt đầu bằng một hình vuông  $H_0$  cạnh bằng 1 đơn vị độ dài. Chia hình vuông  $H_0$  thành chín hình vuông bằng nhau, bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình  $H_1$ . Tiếp theo, chia mỗi hình vuông của  $H_1$  thành chín hình vuông rồi bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình  $H_2$ . Tiếp tục quá trình này, ta nhận được một dãy hình  $H_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ).



Ta có:  $H_1$  có 5 hình vuông, mỗi hình vuông có cạnh bằng  $\frac{1}{3}$ ;

$H_2$  có  $5 \cdot 5 = 5^2$  hình vuông, mỗi hình vuông có cạnh bằng  $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3^2}$ ; ...

Từ đó, nhận được  $H_n$  có  $5^n$  hình vuông, mỗi hình vuông có cạnh bằng  $\frac{1}{3^n}$ .

a) Tính diện tích  $S_n$  của  $H_n$  và tính  $\lim S_n$ .

b) tính chu vi  $p_n$  của hình  $H_n$  và tính  $\lim p_n$ .

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ .  $M$  là một điểm trên cạnh  $SC$  không trùng với  $S$  và  $C$ .

a) Tìm giao điểm của  $AM$  và  $(SBD)$

b) Gọi  $N$  là một điểm trên cạnh  $BC$ . Tìm giao điểm của  $SD$  và  $(AMN)$ .

**Câu 38:** Cho tam giác  $ABC$  có  $\cot \frac{C}{2} = \frac{2 \sin A \sin B}{\sin C}$ . Tam giác  $ABC$  có đặc điểm gì?

**Câu 39:** Một nhà thi đấu có 20 hàng ghế dành cho khán giả. Hàng thứ nhất có 20 ghế, hàng thứ hai có 21 ghế, hàng thứ ba có 22 ghế, ... Cứ như thế, số ghế ở hàng sau nhiều hơn số ghế ở hàng trước là 1 ghế. Trong một giải thi đấu, ban tổ chức đã bán được hết số vé phát ra và số tiền thu được từ bán vé là 70800000 đồng. Tính giá tiền của mỗi vé (đơn vị: đồng), biết số vé bán ra bằng số ghế dành cho khán giả của nhà thi đấu và các vé là đồng giá.

----- HẾT -----

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

### I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Số đo theo độ của góc  $\frac{3\pi}{5}rad$  là

- A.  $72^\circ$ .                      B.  $-72^\circ$                       C.  $108^\circ$ .                      D.  $300^\circ$ .

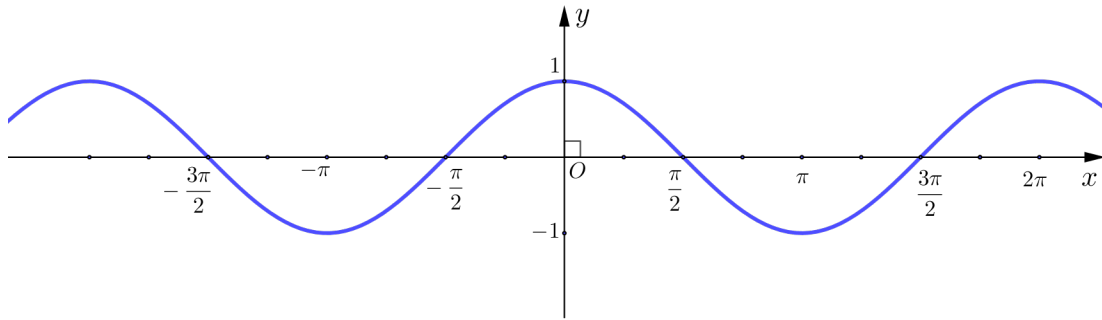
Lời giải

$$\text{Ta có: } \frac{3\pi}{5}rad = \frac{3\pi}{5} \cdot \frac{1}{\pi} 180^\circ = 108^\circ$$

**Câu 2:** Hàm số  $y = \cos x$  đồng biến trên khoảng

- A.  $(-\pi; 0)$ .                      B.  $(\frac{\pi}{2}; \pi)$ .                      C.  $(0; \pi)$ .                      D.  $(\frac{-\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ .

Lời giải



Dựa vào đồ thị của hàm số  $y = \cos x$ , ta có hàm số này đồng biến trên khoảng  $(-\pi; 0)$ .

**Câu 3:** Nghiệm của phương trình  $\tan 2x = 1$  là:

- A.  $x = \frac{\pi}{8} + k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).                      B.  $x = \frac{\pi}{8} + k \frac{\pi}{2}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).  
C.  $x = \frac{\pi}{8} + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).                      D.  $x = \frac{\pi}{8} + k4\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

Lời giải

$$\text{Ta có: } \tan 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + k \frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

**Câu 4:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \frac{n}{3^n - 1}$ . Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là

- A.  $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$ .                      B.  $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{26}$ .                      C.  $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}$ .                      D.  $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$ .

Lời giải

**Câu 5:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$  và công bội  $q = 3$ . Tính  $u_3$

- A.  $u_3 = 6$ .                      B.  $u_3 = 9$ .                      C.  $u_3 = 18$ .                      D.  $u_3 = 8$ .

Lời giải

Áp dụng công thức tính số hạng tổng quát của cấp số nhân ta có:  $u_3 = u_1 \cdot q^2 = 2 \cdot 3^2 = 18$ .

Vậy  $u_3 = 18$ .

**Câu 6:** Cho  $\lim u_n = -3$ ;  $\lim v_n = 2$ . Khi đó  $\lim(u_n - v_n)$  bằng

- A.  $-5$ .                      B.  $-1$ .                      C.  $5$ .                      D.  $1$ .

Lời giải

$$\lim(u_n - v_n) = \lim u_n - \lim v_n = -3 - 2 = -5.$$

**Câu 7:** Kết quả của  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 3}{x^2 + x + 3}$  là:

A.  $-2$ .

B.  $+\infty$ .

C.  $3$ .

**D.  $2$**

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 3}{x^2 + x + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{3}{x^2}}{1 + \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2}} = 2.$$

**Câu 8:** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - 1}$  bằng

A.  $-\infty$ .

B.  $-1$ .

C.  $1$ .

**D.  $+\infty$**

**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - 1} = +\infty \text{ vì } \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 - x + 1) = 1 > 0 \text{ và } \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 - 1) = 0; x^2 - 1 > 0, \forall x > 1.$$

**Câu 9:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 4 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ . Chọn mệnh đề đúng?

**A. Hàm số liên tục tại  $x = 2$ .**

B. Hàm số gián đoạn tại  $x = 2$ .

C.  $f(4) = 2$ .

D.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2$ .

**Lời giải**

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{x+2}+2) = 4$$

$$f(2) = 4$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$$

Vậy hàm số liên tục tại  $x = 2$ .

**Câu 10:** Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

**A.  $y = x^3 + 2x + 2023$ .**

B.  $y = \frac{2}{\sin 2x}$ .

C.  $y = \frac{x-1}{x^2-1}$ .

D.  $y = \sqrt{x^2-1}$ .

**Lời giải**

Vì  $y = x^3 + 2x + 2023$  là đa thức nên nó liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 11:** Phương trình  $x^5 - 3x + 23 = 0$  có nghiệm thuộc khoảng nào?

A.  $(-3; -2)$ .

B.  $(0; 1)$ .

**C.  $(-2; -1)$ .**

D.  $(2; 3)$ .

**Lời giải**

Xét  $f(x) = x^5 - 3x + 23$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  nên  $f(x)$  liên tục trên  $[-2; -1]$ .

Ta có  $f(-2) = -3; f(-1) = 25 \Rightarrow f(-2) \cdot f(-1) < 0$ . Vậy phương trình  $f(x) = 0$  luôn có nghiệm thuộc khoảng  $(-2; -1)$ .

**Câu 12:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang có đáy lớn  $AB$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SC$ . Giao điểm của  $BC$  với  $mp(ADM)$  là:

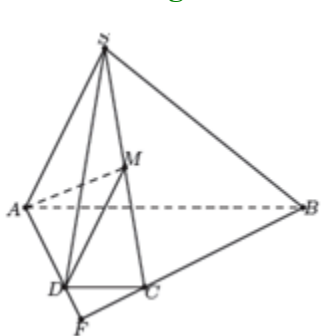
A. giao điểm của  $BC$  và  $AM$ .

B. giao điểm của  $BC$  và  $SD$ .

**C.** giao điểm của  $BC$  và  $AD$ .

**D.** giao điểm của  $BC$  và  $DM$ .

**Lời giải**



Để thấy các cặp đường thẳng  $BC$  và  $AM$ ,  $BC$  và  $SD$ ,  $BC$  và  $DM$  là các cặp đường thẳng chéo nhau nên chúng không cắt nhau. Theo giả thiết,  $BC$  và  $AD$  cắt nhau. Ta gọi  $F$  là giao điểm của  $BC$  và  $AD$ .

Do  $F \in AD$  nên  $F \in (ADM)$ , từ đó suy ra  $F$  là giao điểm của đường thẳng  $BC$  và mặt phẳng  $(ADM)$ .

**Câu 13:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I$  và  $J$  theo thứ tự là trung điểm của  $AD$  và  $AC$ ,  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(GIJ)$  và  $(BCD)$  là đường thẳng:

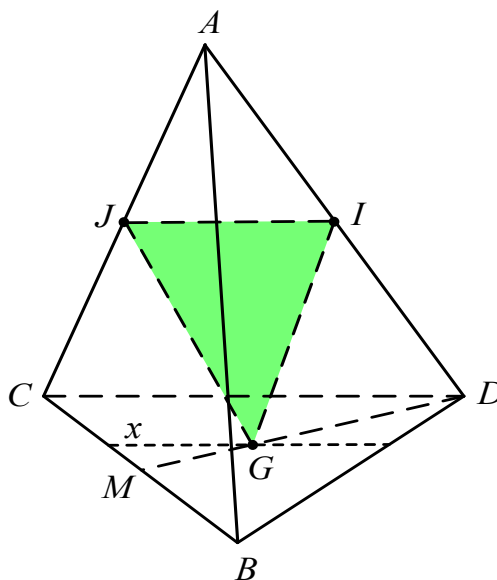
**A.** qua  $I$  và song song với  $AB$ .

**B.** qua  $J$  và song song với  $BD$ .

**C.** qua  $G$  và song song với  $CD$ .

**D.** qua  $G$  và song song với  $BC$ .

**Lời giải**



$$\text{Ta có } \begin{cases} (GIJ) \cap (BCD) = G \\ IJ \subset (GIJ), CD \subset (BCD) \\ IJ \parallel CD \end{cases} \longrightarrow (GIJ) \cap (BCD) = Gx \parallel IJ \parallel CD.$$

**Câu 14:** Cho đường thẳng  $a$  song song với mặt phẳng  $(\alpha)$ . Mặt phẳng  $(\beta)$  chứa  $a$  và cắt mặt phẳng  $(\alpha)$  theo giao tuyến  $d$ . Kết luận nào sau đây đúng?

**A.**  $a$  và  $d$  cắt nhau.    **B.**  $a$  và  $d$  trùng nhau.

**C.**  $a$  và  $d$  chéo nhau.    **D.**  $a$  và  $d$  song song.

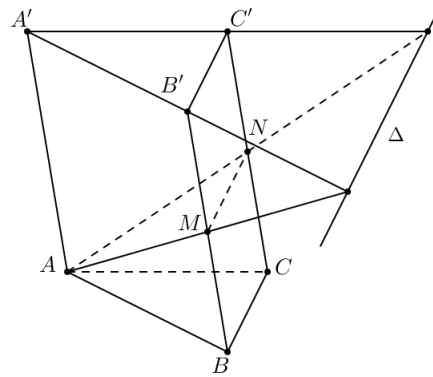
**Lời giải**

$$\left. \begin{array}{l} d = (\alpha) \cap (\beta) \\ \text{Ta có } a \subset (\beta) \\ a // (\alpha) \end{array} \right\} \Rightarrow d // a.$$

**Câu 15:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BB'$  và  $CC'$ . Gọi  $\Delta$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(AMN)$  và  $(A'B'C')$ . Khi đó

- A.  $\Delta // AB$ .      B.  $\Delta // AC$ .      C.  $\Delta // BC$ .      D.  $\Delta // AA'$ .

**Lời giải**

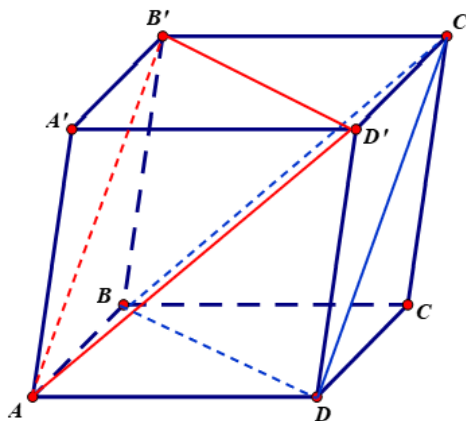


Ta có  $MN // B'C'$ ,  $MN \subset (AMN)$ ,  $B'C' \subset (A'B'C')$  và  $(AMN) \cap (A'B'C') = \Delta$  nên  $\Delta // B'C'$ .  
Mà  $B'C' // BC$  nên  $\Delta // BC$ .

**Câu 16:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A.  $(AB'D') // (A'BD)$ .      B.  $(AB'D') // (C'BD)$ .      C.  $(DA'C') // (ACB)$ .      D.  $(AB'D') // (BCD)$ .

**Lời giải**



Ta có:  $BD // B'D' \Rightarrow BD // (AB'D')$ ,  $DC' // AB' \Rightarrow DC' // (AB'D')$

$$\text{Mặt khác: } \begin{cases} BD, DC' \subset (C'BD) \\ BD \cap DC' = \{D\} \\ BD // (AB'D'), DC' // (AB'D') \end{cases} \Rightarrow (C'BD) // (AB'D').$$

**Câu 17:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Hình chiếu song song của hai đường thẳng song song có thể trùng nhau.  
B. Một đường thẳng luôn cắt hình chiếu song song của nó.  
C. Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau thì cắt nhau hoặc trùng nhau.  
D. Một đường thẳng có thể song song hoặc trùng với hình chiếu song song của nó.

**Lời giải**

Một đường thẳng và hình chiếu song song của nó có thể song song hoặc trùng nhau.

**Câu 18:** Tiền lãi trong 30 ngày được khảo sát ở một quầy bán báo như sau:

81	37	74	65	31	63	58	82	67	77	63	46	30	53	73
51	44	52	92	93	53	85	77	47	42	57	57	85	55	64

Bảng ghép nhóm nào sau đây của mẫu số liệu trên là **đúng**?

- A.**
- |             |              |              |              |              |              |              |
|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Số tiền lái | [29,5; 40,5) | [40,5; 51,5) | [51,5; 62,5) | [62,5; 73,5) | [73,5; 84,5) | [84,5; 95,5) |
| Tần số      | 4            | 5            | 8            | 6            | 4            | 3            |
- B.**
- |             |              |              |              |              |              |              |
|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Số tiền lái | [29,5; 40,5) | [40,5; 51,5) | [51,5; 62,5) | [62,5; 73,5) | [73,5; 84,5) | [84,5; 95,5) |
| Tần số      | 3            | 5            | 7            | 6            | 5            | 4            |
- C.**
- |             |              |              |              |              |              |              |
|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Số tiền lái | [29,5; 40,5) | [40,5; 51,5) | [51,5; 62,5) | [62,5; 73,5) | [73,5; 84,5) | [84,5; 95,5) |
| Tần số      | 3            | 6            | 6            | 6            | 5            | 4            |
- D.**
- |             |              |              |              |              |              |              |
|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Số tiền lái | [29,5; 40,5) | [40,5; 51,5) | [51,5; 62,5) | [62,5; 73,5) | [73,5; 84,5) | [84,5; 95,5) |
| Tần số      | 3            | 5            | 6            | 6            | 5            | 5            |

**Câu 19:** Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 25 cây dừa giống như sau:

Chiều cao (cm)	[0;10)	[10; 20)	[20;30)	[30; 40)	[40; 50)
Số cây	4	6	7	5	3

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A.**  $M_e = \frac{175}{7}$ .      **B.**  $M_e = \frac{165}{5}$ .      **C.**  $M_e = \frac{165}{7}$ .      **D.**  $M_e = \frac{165}{3}$ .

**Lời giải**

Cỡ mẫu:  $n = 4 + 6 + 7 + 5 + 3 = 25$ .

$x_1, x_2, \dots, x_{25}$  là chiều cao của 25 cây dừa giống được sắp xếp theo thứ tự không giảm. Khi đó, trung vị là  $x_{13}$ . Do  $x_{13}$  thuộc nhóm [20;30) nên nhóm này chứa trung vị. Do đó:

$p = 3$ ,  $a_3 = 20$ ,  $m_3 = 7$ ,  $m_1 + m_2 = 10$ ,  $a_4 - a_3 = 10$ . Do đó:

$$M_e = 20 + \frac{\frac{25}{2} - 10}{7} \cdot 10 = \frac{165}{7}.$$

**Câu 20:** Số sản phẩm bán được của mặt hàng X tại một cửa hàng trong 30 ngày được thống kê trong bảng

Số sản phẩm	[3;5]	[6;8]	[9;11]	[12;14]	[15;17]
Số ngày	3	5	7	10	5

Cửa hàng đó bán được cao nhất bao nhiêu sản phẩm mỗi ngày?

- A.** 12.      **B.** 13.      **C.** 14.      **D.** 17.

**Lời giải**

Nhóm chứa một của mẫu số liệu là [12;14]

Một của mẫu số liệu là:  $12 + \frac{10-7}{10-7+10-5} \cdot 2 = 12,75$

Vậy cửa hàng đó bán được cao nhất 12 sản phẩm mỗi ngày.

**Câu 21:** Cho  $\cot \alpha = 15$  thì  $\sin 2\alpha$  bằng

**A.**  $\frac{15}{113}$

**B.**  $\frac{-15}{113}$

**C.**  $\frac{15}{226}$

**D.**  $-\frac{15}{226}$

**Lời giải**

Ta có  $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin^2 \alpha \cdot \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} = 2 \sin^2 \alpha \cdot \cot \alpha$ .

Mà  $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{1 + \cot^2 \alpha}$ .

Từ đó ta có  $\sin 2\alpha = \frac{2 \cot \alpha}{1 + \cot^2 \alpha} = \frac{2 \cdot 15}{1 + 15^2} = \frac{15}{113}$ .

**Câu 22:** Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h của mực nước trong kênh tính theo thời gian t được cho bởi công thức  $h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) + 14$ . Khi nào mực nước của kênh là cao nhất với thời gian ngắn nhất?

**A.** 9

**B.** 14

**C.** 16.

**D.** 19

**Lời giải**

Ta có  $-3 \leq 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) \leq 3 \Leftrightarrow 11 \leq 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) + 14 \leq 17 \Leftrightarrow 11 \leq h \leq 17$

Max  $h = 17 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4} = k2\pi \Leftrightarrow t = -3 + 12k$

Thời gian ngắn nhất  $t = -3 + 12 = 9$

**Câu 23:** Cho dãy  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{n + 2023}{2023n + 1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

**A.** Dãy  $(u_n)$  bị chặn dưới nhưng không bị chặn trên.

**B.** Dãy  $(u_n)$  bị chặn.

**C.** Dãy  $(u_n)$  không bị chặn trên, không bị chặn dưới.

**D.** Dãy  $(u_n)$  bị chặn trên nhưng không bị chặn dưới

**Lời giải**

Ta có:  $u_n = \frac{n + 2023}{2023n + 1} = \frac{1}{2023} + \frac{2022 \cdot 2024}{2023(2023n + 1)}$ .

Do đó  $(u_n)$  là dãy giảm, mà  $u_1 = 1$ , dễ thấy  $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n > 0 \Rightarrow 0 < u_n \leq 1$ .

Suy ra: Dãy  $(u_n)$  bị chặn.

**Câu 24:** Hùng đang tiết kiệm để mua một cây guitar. Trong tuần đầu tiên, anh ta để dành 42 đô la, và trong mỗi tuần tiếp theo, anh ta đã thêm 8 đô la vào tài khoản tiết kiệm của mình. Cây guitar Hùng cần mua có giá 400 đô la. Hỏi vào tuần thứ bao nhiêu thì anh ấy có đủ tiền để mua cây guitar đó?

**A.** 47

**B.** 45

**C.** 44

**D.** 46

**Lời giải**

Xét 1 cấp số cộng có  $u_1 = 42, d = 8$

sau  $n$  tuần anh ta phải có số tiền là  $u_n = 42 + (n - 1) \cdot 8 \geq 400$

$n - 1 \geq \frac{400 - 42}{8} \Leftrightarrow n \geq \frac{400 - 42}{8} + 1 = 45.75$

Vậy kể cả tuần đầu thì tuần thứ 46 anh ta có đủ tiền để mua cây guitar đó



**Câu 25:** Bốn góc của một tứ giác tạo thành cấp số nhân và góc lớn nhất gấp 27 lần góc nhỏ nhất. Tổng của góc lớn nhất và góc bé nhất bằng

- A.  $56^{\circ}$ .                      B.  $102^{\circ}$ .                      C.  $252^{\circ}$ .                      D.  $168^{\circ}$ .

**Lời giải**

Giả sử 4 góc  $A, B, C, D$  theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân thỏa yêu cầu với công bội  $q$ . Ta có

$$\begin{cases} A+B+C+D=360^{\circ} \\ D=27A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A(1+q+q^2+q^3)=360^{\circ} \\ Aq^3=27A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q=3 \\ A=9^{\circ} \\ D=Aq^3=243^{\circ} \end{cases} \Rightarrow A+D=252^{\circ}.$$

**Câu 26:** Kết quả của  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 4 \cdot 2^{n-1} - 3}{3 \cdot 2^n + 4^n}$  bằng:

- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C.  $0$ .                      D.  $1$ .

**Lời giải**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 4 \cdot 2^{n-1} - 3}{3 \cdot 2^n + 4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2 \cdot 2^n - 3}{3 \cdot 2^n + 4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^n - 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n - 3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n}{3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n + 1} = 0$$

**Câu 27:** Tính giới hạn  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n(n+3)} \right]$ .

- A.  $1$ .                      B.  $2$ .                      C.  $\frac{11}{18}$ .                      D.  $\frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} L &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n(n+3)} \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+3} \right) \right] \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{3} \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3} \right) \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{3} \left( \frac{11}{6} - \frac{3n^2 + 12n + 11}{(n+1)(n+2)(n+3)} \right) \right] \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{3} \left( \frac{11}{6} - \frac{\frac{3}{n} + \frac{12}{n^2} + \frac{11}{n^3}}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)\left(1 + \frac{2}{n}\right)\left(1 + \frac{3}{n}\right)} \right) \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{3} \left( \frac{11}{6} - 0 \right) \right] = \frac{11}{18}. \end{aligned}$$

**Câu 28:** Giá trị của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + x} + 2x)$  là:

- A.  $0$ .                      B.  $+\infty$ .                      C.  $-\frac{1}{4}$ .                      D.  $-\infty$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + x} + 2x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{4x^2 + x} - 2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-\sqrt{4 + \frac{1}{x}} - 2} = -\frac{1}{4}$$

**Câu 29:** Tìm  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 + x - 2}$ .

- A.  $-5$ .                      B.  $-\infty$ .                      C.  $0$ .                      D.  $1$ .

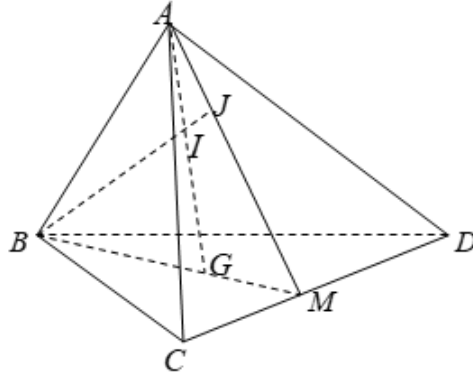
**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 + x - 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{(x-1)(x+2)(x + \sqrt{2x-1})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x+2)(x + \sqrt{2x-1})} = 0$

**Câu 30:** Cho tứ diện  $ABCD$ .  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ ,  $M$  là trung điểm  $CD$ ,  $I$  là điểm trên đoạn thẳng  $AG$ ,  $BI$  cắt mặt phẳng  $(ACD)$  tại  $J$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.**  $AM = (ACD) \cap (ABG)$ .                      **B.**  $A, J, M$  thẳng hàng.  
**C.**  $J$  là trung điểm  $AM$ .                      **D.**  $DJ = (ACD) \cap (BDJ)$ .

**Lời giải.**



Ta có  $A \in (ACD) \cap (ABG), \begin{cases} M \in BG \\ M \in CD \end{cases} \Rightarrow M \in (ACD) \cap (ABG)$  nên  $AM = (ACD) \cap (ABG)$ .

Nên  $AM = (ACD) \cap (ABG)$  vậy A đúng.

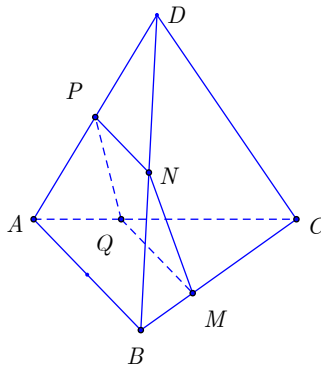
$A, J, M$  cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt  $(ACD), (ABG)$  nên  $A, J, M$  thẳng hàng, vậy B đúng.

Vì  $I$  là điểm tùy ý trên  $AG$  nên  $J$  không phải lúc nào cũng là trung điểm của  $AM$ .

**Câu 31:** Cho tứ diện  $ABCD$ ,  $M$  là điểm thuộc  $BC$  sao cho  $MC = 2MB$ . Gọi  $N, P$  lần lượt là trung điểm của  $BD$  và  $AD$ . Điểm  $Q$  là giao điểm của  $AC$  với  $(MNP)$ . Tính  $\frac{QC}{QA}$ .

- A.**  $\frac{QC}{QA} = \frac{3}{2}$ .                      **B.**  $\frac{QC}{QA} = \frac{5}{2}$ .                      **C.**  $\frac{QC}{QA} = 2$ .                      **D.**  $\frac{QC}{QA} = \frac{1}{2}$ .

**Lời giải**



Ta có  $NP \parallel AB \Rightarrow AB \parallel (MNP)$ .

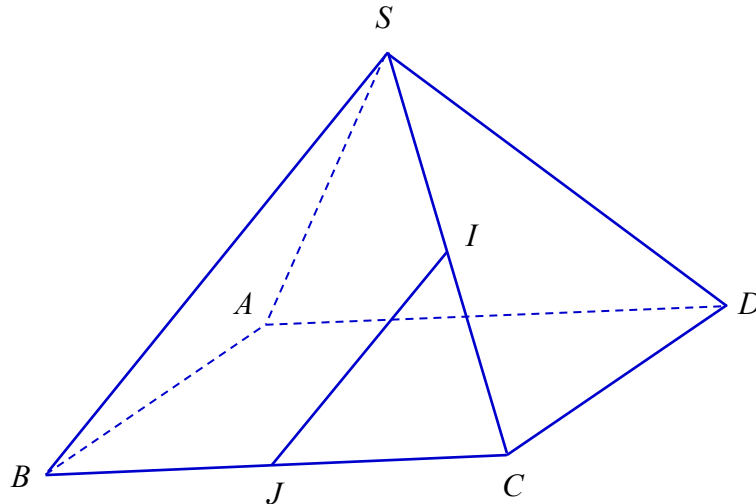
Mặt khác  $AB \subset (ABC), (ABC)$  và  $(MNP)$  có điểm  $M$  chung nên giao tuyến của  $(ABC)$  và  $(MNP)$  là đường thẳng  $MQ \parallel AB (Q \in AC)$ .

Ta có:  $\frac{QC}{QA} = \frac{MC}{MB} = 2$ . Vậy

**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $SC$  và  $BC$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A.  $JI \parallel (SAC)$ .      B.  $JI \parallel (SAB)$ .      C.  $JI \parallel (SBC)$ .      D.  $JI \parallel (SAD)$ .

Lời giải



Xét đáp án B:

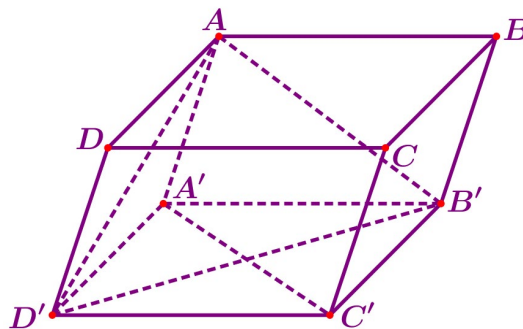
Ta có  $JI \parallel SB$ ,  $SB \subset (SAB)$ .

Vậy  $JI \parallel (SAB)$ .

**Câu 33:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(AB'D')$  song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A.  $(BA'C')$ .      B.  $(C'BD)$ .      C.  $(BDA')$ .      D.  $(ACD')$ .

Lời giải



Ta có  $B'D' \parallel BD$ ;  $AD' \parallel C'B \Rightarrow (AB'D') \parallel (C'BD)$ .

**Câu 34:** Thống kê điểm học kì môn toán của các học sinh lớp 11A của một trường THPT, người ta thu được số liệu sau:

3	5,5	5	4	4,5	4,5	3	5	4	4,5	4,5	6,5	6,5	7,5	3,5
5	6	7	8	8	7	4,5	6	5	7	4	5,5	7,5	8,5	9,5
4	3,5	5	8,5	6,5	4,5	7,5	7	4,5	3	7	5,5	5,5	6,5	9

Tìm số trung vị của mẫu số liệu khi ta ghép lớp thành các nhóm có độ dài là 1 như sau:

$[3;4), [4;5), \dots, [9;10)$ , (làm tròn đến hàng phần mười).

- A. 6,7.      B. 9,3.      C. 5,8.      D. 5,7.

Lời giải

Ta có bảng tần số ghép lớp, tần số tích lũy sau:

Lớp ( điểm)	Tần số
[3;4)	5
[4;5)	11
[5;6)	9
[6;7)	6
[7;8)	8
[8;9)	4
[9;10)	2
	$n = 45$

Ta có số phần tử của mẫu là:  $n = 45 \Rightarrow \frac{n}{2} = 22,5$ .

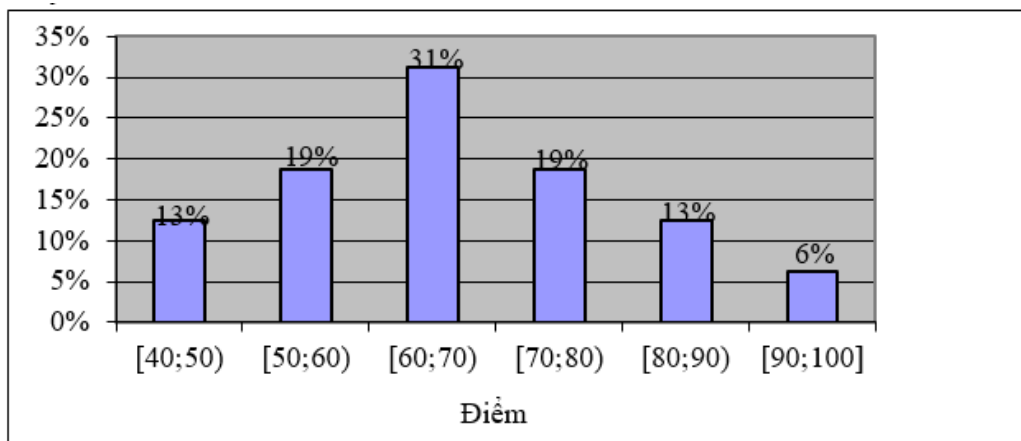
Mà  $cf_2 = 16 < 22,5 < cf_3 = 25$  suy ra nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 22,5.

Xét nhóm 3 là nhóm [5;6) có  $r = 5; d = 1; n_3 = 9$  và nhóm 2 là nhóm [4;5) có  $cf_2 = 16$ .

Áp dụng công thức ta có trung vị của mẫu số liệu là:

$$M_e = 5 + \left( \frac{22,5 - 16}{9} \right) \cdot 1 \approx 5,7 \text{ (điểm)}.$$

**Câu 35:** Kết quả điểm thi của 32 học sinh trong kì thi Tiếng Anh (thang điểm 100) được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây:



Hãy ước lượng một của mẫu số liệu trên?

A. 55.

**B. 65.**

C. 72.

D. 68.

**Lời giải**

Ta có bảng tần số ghép nhóm sau:

Lớp điểm	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)	[90;100]
Tần số	4	6	10	6	4	2

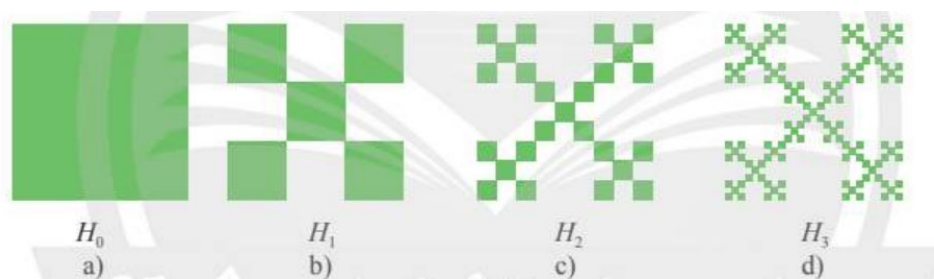
Nhóm chứa một của mẫu số liệu là: [60;70)

Một của mẫu số liệu là:  $60 + \frac{10 - 6}{10 - 6 + 10 - 6} \cdot 10 = 65$

## II. PHÂN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** Xét quá trình tạo ra hình có chu vi vô cực và diện tích bằng 0 như sau:

Bắt đầu bằng một hình vuông  $H_0$  cạnh bằng 1 đơn vị độ dài. Chia hình vuông  $H_0$  thành chín hình vuông bằng nhau, bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình  $H_1$ . Tiếp theo, chia mỗi hình vuông của  $H_1$  thành chín hình vuông rồi bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình  $H_2$ . Tiếp tục quá trình này, ta nhận được một dãy hình  $H_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ).



Ta có:  $H_1$  có 5 hình vuông, mỗi hình vuông có cạnh bằng  $\frac{1}{3}$ ;

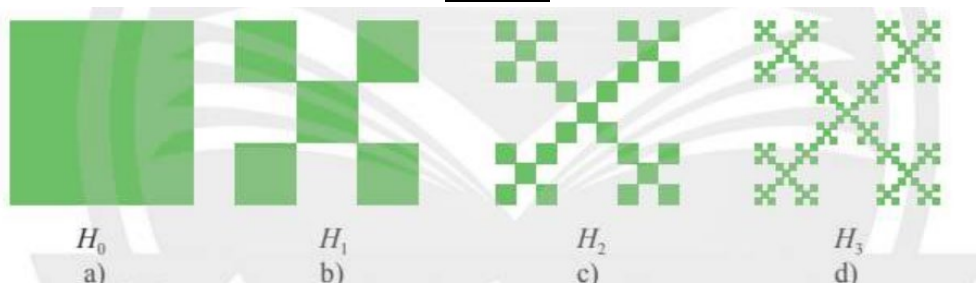
$H_2$  có  $5 \cdot 5 = 5^2$  hình vuông, mỗi hình vuông có cạnh bằng  $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3^2}$ ;...

Từ đó, nhận được  $H_n$  có  $5^n$  hình vuông, mỗi hình vuông có cạnh bằng  $\frac{1}{3^n}$ .

a) Tính diện tích  $S_n$  của  $H_n$  và tính  $\lim S_n$ .

b) tính chu vi  $p_n$  của hình  $H_n$  và tính  $\lim p_n$ .

### Bài giải



a) Diện tích  $S_n$  của  $H_n$  là:  $S_n = 5^n \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n = 5^n \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2n} = \left(\frac{5}{9}\right)^n$

Khi đó  $\lim S_n = \lim \left(\frac{5}{9}\right)^n = 0$ .

b) Chu vi  $P_n$  của  $H_n$  là:  $P_n = 5^n \cdot 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n = 4 \left(\frac{5}{3}\right)^n$

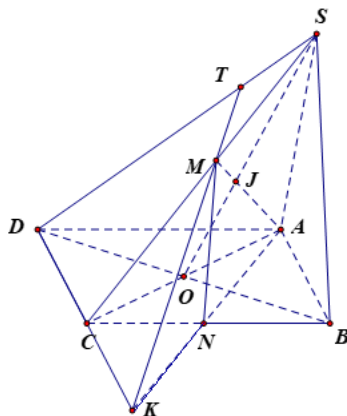
Khi đó  $\lim P_n = \lim \left[4 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^n\right] = +\infty$ .

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ .  $M$  là một điểm trên cạnh  $SC$  không trùng với  $S$  và  $C$ .

a) Tìm giao điểm của  $AM$  và  $(SBD)$

b) Gọi  $N$  là một điểm trên cạnh  $BC$ . Tìm giao điểm của  $SD$  và  $(AMN)$ .

### Lời giải



a) Theo hình vẽ ta có:

+) Trong mp( $ABCD$ ):  $AC$  giao  $BD$  tại  $O$

+) Trong mp( $SAC$ ):  $SO$  giao  $MA$  tại  $J$

Từ đó  $J$  chính là giao điểm của  $AM$  và  $(SBD)$ .

b) Giả sử  $AN$  giao  $CD$  tại  $K$

Trong mp( $SCD$ ):  $KM$  giao  $SD$  tại  $T$

Từ đó  $T$  chính là giao điểm của  $SD$  và  $(AMN)$ .

Nếu  $AN$  và  $CD$  song song với nhau, ta chỉ việc kẻ  $MT$  song song với  $CD$  ( $T \in SD$ ) từ đó cũng suy ra được  $T$  là điểm cần tìm.

**Câu 38:** Cho tam giác  $ABC$  có  $\cot \frac{C}{2} = \frac{2 \sin A \sin B}{\sin C}$ . Tam giác  $ABC$  có đặc điểm gì?

**Lời giải**

$$\text{Ta có : } \cot \frac{C}{2} = \frac{2 \sin A \sin B}{\sin C} \Leftrightarrow \frac{\cos \frac{C}{2}}{\sin \frac{C}{2}} = \frac{2 \sin A \sin B}{2 \sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2}}$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos^2 \frac{C}{2} = 2 \sin A \sin B \Leftrightarrow 1 + \cos C = \cos(A - B) - \cos(A + B)$$

$$\Leftrightarrow 1 + \cos C = \cos(A - B) + \cos C \Leftrightarrow \cos(A - B) = 1 \Leftrightarrow A - B = 0 \Leftrightarrow A = B$$

$\Leftrightarrow$  tam giác  $ABC$  cân.

**Câu 39:** Một nhà thi đấu có 20 hàng ghế dành cho khán giả. Hàng thứ nhất có 20 ghế, hàng thứ hai có 21 ghế, hàng thứ ba có 22 ghế,.. Cứ như thế, số ghế ở hàng sau nhiều hơn số ghế ở hàng trước là 1 ghế. Trong một giải thi đấu, ban tổ chức đã bán được hết số vé phát ra và số tiền thu được từ bán vé là 70800000 đồng. Tính giá tiền của mỗi vé (đơn vị: đồng), biết số vé bán ra bằng số ghế dành cho khán giả của nhà thi đấu và các vé là đồng giá.

**Lời giải**

Số ghế ở mỗi hàng lập thành một cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = 20$ , công sai  $d = 1$ . Cấp số cộng này có 20 số hạng.

$$\text{Do đó, tổng số ghế trong nhà thi đấu là: } S_{20} = \frac{[2 \cdot 20 + (20 - 1) \cdot 1] \cdot 20}{2} = 590.$$

Vì số vé bán ra bằng số ghế dành cho khán giả của nhà thi đấu nên số vé bán ra là 590.

Vậy giá tiền của một vé là:  $70800000 : 590 = 120000$  (đồng).

----- HẾT -----



**ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI**  
**MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 09**

**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)**

**Câu 1:** Góc có số đo  $108^\circ$  đổi ra radian là:

- A.  $\frac{3\pi}{5}$ .                      B.  $\frac{\pi}{10}$ .                      C.  $\frac{3\pi}{2}$ .                      D.  $\frac{\pi}{4}$ .

**Câu 2:** Tập giá trị của hàm số  $y = 2\cos x$  là

- A.  $[-2; 2]$ .                      B.  $\mathbb{R}$ .                      C.  $[-1; 1]$ .                      D.  $[0; 2]$ .

**Câu 3:** Phương trình  $\cot(x + 45^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$  có nghiệm là

- A.  $15^\circ + k180^\circ$                       B.  $30^\circ + k180^\circ$                       C.  $45^\circ + k180^\circ$                       D.  $60^\circ + k180^\circ$

**Câu 4:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = 2n^2 + 3n + 1$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng                      B. Dãy số giảm  
C. Dãy số không tăng, không giảm                      D. Dãy số vừa tăng vừa giảm

**Câu 5:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -3, u_6 = 27$ . Tính công sai  $d$ .

- A.  $d = 8$ .                      B.  $d = 7$ .                      C.  $d = 5$ .                      D.  $d = 6$ .

**Câu 6:** Giá trị của  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 \cdot 2^n + 4^n}{2 \cdot 3^n + 4^n}$  bằng

- A.  $\frac{7}{2}$ .                      B. 0.                      C. 1.                      D.  $+\infty$ .

**Câu 7:** Kết quả của  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - 7x^2 + 11}{3x^6 + 2x^5 - 5}$  là:

- A. -2.                      B.  $+\infty$ .                      C. 0.                      D.  $-\infty$ .

**Câu 8:** Kết quả của  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-15}{x-2}$  là:

- A.  $-\infty$ .                      B.  $+\infty$ .                      C.  $-\frac{15}{2}$ .                      D. 1.

**Câu 9:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{(x-3)(x-1)}{x-3} & \text{khi } x \neq 3 \\ m & \text{khi } x = 3 \end{cases}$ . Tìm tất cả các giá trị thực của  $m$  để hàm số liên

tục tại điểm  $x = 3$ .

- A.  $m = 2$ .                      B.  $m \in \mathbb{R}$ .                      C.  $m = 1$ .                      D.  $m = -1$ .

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = \frac{x-2}{x^2+5x+6}$ . Khi đó hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên các khoảng nào sau đây?

- A.  $(-3; 2)$ .                      B.  $(-3; +\infty)$ .                      C.  $(-\infty; 3)$ .                      D.  $(2; 3)$ .

**Câu 11:** Hàm số nào sau đây gián đoạn tại điểm  $x_0 = -1$ ?

- A.  $y = \frac{2x-3}{x+1}$ .                      B.  $y = \frac{5x-3}{2x-1}$ .                      C.  $y = x^2 + 2x - 1$ .                      D.  $y = \frac{3x+1}{x^2+1}$ .

**Câu 12:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$ .

- A.  $SC$ .                      B.  $SA$ .                      C.  $SO$ .                      D.  $SD$ .



- Câu 13:** Qua một điểm cho trước nằm ngoài mặt phẳng có bao nhiêu đường thẳng đi qua điểm đó và song song với mặt phẳng đã cho:  
**A.** Một. **B.** Hai.  
**C.** Không có đường nào. **D.** Có vô số đường.
- Câu 14:** Hình hộp có bao nhiêu đỉnh?  
**A.** 6. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 4.
- Câu 15:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khẳng định nào sau đây đúng?  
**A.**  $BC' \parallel (ACD)$ . **B.**  $BC' \parallel (AB'A')$ . **C.**  $BC' \parallel (CDD')$ . **D.**  $BC' \parallel (ACD')$ .
- Câu 16:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ , gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $SA, AD$ . Mặt phẳng  $(MNO)$  song song với mặt phẳng nào sau đây?  
**A.**  $(SBC)$ . **B.**  $(SAB)$ . **C.**  $(SAD)$ . **D.**  $(SCD)$ .
- Câu 17:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $AD = 2a, AB = BC = a$ . Hình chiếu song song của điểm  $C$  theo phương  $AB$  lên mặt phẳng  $(SAD)$  là điểm nào sau đây?  
**A.**  $S$ . **B.** Trung điểm của  $AD$ .  
**C.**  $A$ . **D.**  $D$ .
- Câu 18:** Giá trị đại diện của nhóm  $[u_k; u_{k+1})$  là  
**A.**  $u_k$ . **B.**  $u_{k+1}$ . **C.**  $\frac{1}{2}(u_{k+1} - u_k)$ . **D.**  $\frac{1}{2}(u_{k+1} + u_k)$ .
- Câu 19:** Khảo sát về cân nặng của các học sinh lớp 11D3 người ta được một mẫu dữ liệu ghép nhóm như sau:
- | Cân nặng    | $[30;40)$ | $[40;50)$ | $[50;60)$ | $[60;70)$ | $[70;80)$ | $[80;90)$ |
|-------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Số học sinh | 2         | 10        | 16        | 8         | 2         | 2         |
- Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là  
**A.** 60. **B.** 62,5. **C.** 65. **D.** 70.
- Câu 20:** Cho mẫu số liệu cho bởi tần số ghép nhóm dưới đây
- | Nhóm   | $[4;6)$ | $[6;8)$ | $[8;10)$ | $[10;12)$ | $[12;14)$ | $[14;16)$ |
|--------|---------|---------|----------|-----------|-----------|-----------|
| Tần số | 3       | 8       | 18       | 11        | 12        | 8         |
- Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số gần nhất giá trị nào trong các giá trị sau?  
**A.** 8,4. **B.** 8,9. **C.** 8,0. **D.** 8,7.
- Câu 21:** Rút gọn biểu thức  $A = \frac{3 - 4 \cos 2a + \cos 4a}{3 + 4 \cos 2a + \cos 4a}$  ta được kết quả nào sau đây  
**A.**  $\cot^4 a$ . **B.**  $\tan^4 a$ . **C.** 1. **D.**  $\cos 2a$ .
- Câu 22:** Tập giá trị của hàm số  $y = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  là:  
**A.**  $[-2;2]$  **B.**  $[-1;1]$  **C.**  $[-2;1]$  **D.**  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$
- Câu 23:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2au_n + 3 \forall n \geq 1 \end{cases}$ . Tìm tất cả các giá trị của  $a$  để  $(u_n)$  tăng?  
**A.**  $a > 0$ . **B.**  $a < 0$ . **C.**  $a \leq 0$ . **D.**  $a < 1$ .

- Câu 24:** Trong sân vận động, dãy đầu tiên có 15 ghế, các dãy liền sau nhiều hơn dãy trước 4 ghế, hỏi dãy ghế thứ 10 bao nhiêu ghế?  
**A.** 55.                      **B.** 51.                      **C.** 50.                      **D.** 49.
- Câu 25:** Tế bào E.Coli trong điều kiện nuôi cấy thích hợp cứ 20 phút lại nhân đôi một lần. Nếu lúc đầu có  $10^{12}$  tế bào thì sau 3 giờ sẽ phân chia thành số tế bào là  
**A.**  $1024 \cdot 10^{12}$ .              **B.**  $256 \cdot 10^{12}$ .              **C.**  $512 \cdot 10^{12}$ .              **D.**  $512 \cdot 10^{13}$ .
- Câu 26:** Cho  $a, b$  là các số thực thỏa mãn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^3 + 2bn^2 + n + 2023}{2n^2 + 3} = 1$ . Tổng  $2a + b$  bằng  
**A.** 1.                      **B.** 4.                      **C.** 2.                      **D.** 3.
- Câu 27:** Giá trị đúng của  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \sqrt{n} (\sqrt{4n+1} - \sqrt{4n-1}) \right]$  là  
**A.** 0.                      **B.**  $\frac{1}{2}$ .                      **C.**  $+\infty$ .                      **D.**  $-\frac{1}{2}$ .
- Câu 28:** Biết giới hạn  $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax^2 + 2} + bx - 1}{x^3 - 3x + 2} = c$  với  $a, b, c$  là số thực. Tính  $S = a + 6b + 12c$   
**A.** -3.                      **B.** 9.                      **C.** 3.                      **D.** -9.
- Câu 29:** Tính  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x + 1)$ .  
**A.**  $\frac{5}{2}$ .                      **B.** 4.                      **C.** 0.                      **D.**  $\frac{1}{2}$ .
- Câu 30:** Cho điểm  $A$  không nằm trên mặt phẳng  $(\alpha)$  chứa tam giác  $BCD$ . Lấy  $E, F$  là các điểm lần lượt nằm trên các cạnh  $AB, AC$ . Khi  $EF$  và  $BC$  cắt nhau tại  $I$ , thì  $I$  không phải là điểm chung của hai mặt phẳng nào sau đây?  
**A.**  $(BCD)$  và  $(DEF)$ .    **B.**  $(BCD)$  và  $(ABC)$ .    **C.**  $(BCD)$  và  $(AEF)$ .    **D.**  $(BCD)$  và  $(ABD)$ .
- Câu 31:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $K, L$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $BC$ .  $N$  là điểm thuộc đoạn  $CD$  sao cho  $CN = 2ND$ . Gọi  $P$  là giao điểm của  $AD$  với mặt phẳng  $(KLN)$ . Tính tỉ số  $\frac{PA}{PD}$   
**A.**  $\frac{PA}{PD} = \frac{1}{2}$ .              **B.**  $\frac{PA}{PD} = \frac{2}{3}$ .              **C.**  $\frac{PA}{PD} = \frac{3}{2}$ .              **D.**  $\frac{PA}{PD} = 2$ .
- Câu 32:** Cho hai hình bình hành  $ABCD$  và  $ABEF$  nằm trong hai mặt phẳng khác nhau lần lượt có tâm  $O$  và  $O'$ . Mệnh đề nào sau đây sai?  
**A.**  $OO' \parallel (ADF)$ .    **B.**  $OO' \parallel (BCE)$ .    **C.**  $OO' \parallel (ACE)$ .    **D.**  $OO' \parallel (DCEF)$ .
- Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$ . Tam giác  $\triangle SAD$  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy  $ABCD$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua  $O$  và song song với mặt phẳng  $(SAD)$ . Thiết diện của hình chóp  $S.ABCD$  cắt bởi mặt phẳng  $(\alpha)$  là hình gì  
**A.** Tam giác.              **B.** Hình tứ giác nhưng không phải là hình thang.  
**C.** Hình thang cân.        **D.** Hình thang không cân.
- Câu 34:** Khi khảo sát chiều cao của 65 em học sinh nam ở hai lớp 11A và 11B (đơn vị  $cm$ ), ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm được cho bảng sau:

Nhóm	Tần số
[160;163)	$x$
[163;166)	15
[166;169)	12
[169;172)	14
[172;174)	$y$
	$n = 65$

Tìm  $x; y$  biết tần số của nhóm [172;174) gấp 2 lần tần số của nhóm [160;163)?

- A.  $\begin{cases} x = 16 \\ y = 8 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = 12 \\ y = 6 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = 8 \\ y = 16 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$

**Câu 35:** Một cửa hàng đã ghi lại số tiền bán xăng cho 35 khách hàng đi xe máy. Vì một lí do nào đó, cửa hàng chỉ có mẫu số liệu ghép nhóm dạng sau:

Số tiền (nghìn đồng)	[0;30)	[30;60)	[60;90)	[90;120)
Số khách hàng	3	$x$	10	7

Biết giá trị trung bình của mẫu số liệu là 63 nghìn đồng. Có bao nhiêu khách hàng đổ xăng từ 30 nghìn đồng đến 60 nghìn đồng?

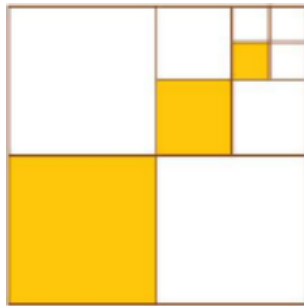
- A. 15.      B. 16.      C. 17.      D. 18.

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** Cho hình vuông cạnh 1. Chia hình vuông đó thành bốn hình vuông nhỏ bằng nhau, sau đó tô màu hình vuông nhỏ góc dưới bên trái. Lặp lại các thao tác này với hình vuông nhỏ góc trên bên phải. Giả sử quá trình trên tiếp diễn vô hạn lần. Gọi  $u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$  lần lượt là chu vi của các hình vuông được tô màu.

a) Tính tổng  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ .

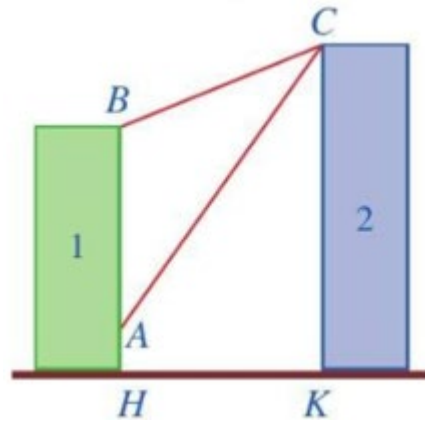
b) Tính tổng chu vi của tất cả các hình vuông được tô màu.



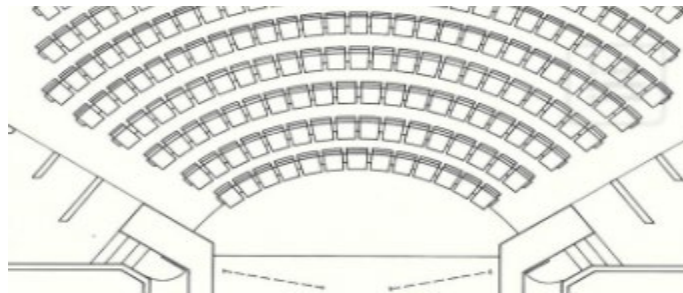
**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $M, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SA$  và  $SC$ . Điểm  $N$  thuộc cạnh  $SB$  sao cho  $\frac{SN}{SB} = \frac{2}{3}$ . Gọi  $Q$  là giao điểm của cạnh  $SD$  và mặt phẳng  $(MNP)$ . Tính tỷ số  $\frac{SQ}{SD}$ .

**Câu 38:** Có hai chung cư cao tầng xây cạnh nhau với khoảng cách giữa chúng là  $HK = 20$  m. Để đảm bảo an ninh, trên nóc chung cư thứ hai người ta lắp camera ở vị trí  $C$ . Gọi  $A, B$  lần lượt là vị trí thấp nhất, cao nhất trên chung cư thứ nhất mà camera có thể quan sát được. Hãy tính số đo góc  $\widehat{ACB}$  (phạm vi camera có thể quan sát được ở chung cư thứ nhất). Biết rằng chiều cao của

chung cư hai chung cư lần lượt là  $BH = 24$  m,  $CK = 32$  m và khoảng cách từ A đến mặt đất là  $AH = 6$  m.



**Câu 39:** Một rạp hát có 18 hàng ghế xếp theo hình quạt. Hàng thứ nhất có 16 ghế, hàng thứ hai có 20 ghế, hàng thứ ba có 24 ghế,... cứ thế cho đến hàng cuối cùng. Hỏi tổng số ghế có trong rạp là bao nhiêu ?



----- HẾT -----

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

### I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Góc có số đo  $108^\circ$  đổi ra radian là:

- A.**  $\frac{3\pi}{5}$ .                      **B.**  $\frac{\pi}{10}$ .                      **C.**  $\frac{3\pi}{2}$ .                      **D.**  $\frac{\pi}{4}$ .

**Lời giải**

Ngân Ta có:  $108^\circ = \frac{108^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = \frac{3\pi}{5}$ .

**Câu 2:** Tập giá trị của hàm số  $y = 2 \cos x$  là

- A.**  $[-2; 2]$ .                      **B.**  $\mathbb{R}$ .                      **C.**  $[-1; 1]$ .                      **D.**  $[0; 2]$ .

**Lời giải**

$\forall x \in \mathbb{R}$  ta có:  $-1 \leq \cos x \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2 \cos x \leq 2$ .

Vậy tập giá trị của hàm số  $y = 2 \cos x$  là  $[-2; 2]$ .

**Câu 3:** Phương trình  $\cot(x + 45^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$  có nghiệm là

- A.**  $15^\circ + k180^\circ$                       **B.**  $30^\circ + k180^\circ$                       **C.**  $45^\circ + k180^\circ$                       **D.**  $60^\circ + k180^\circ$

**Lời giải**

Phương trình  $\cot(x + 45^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \cot(x + 45^\circ) = \cot 60^\circ \Leftrightarrow x + 45^\circ = 60^\circ + k180^\circ$

$\Leftrightarrow x = 15^\circ + k180^\circ$ .

**Câu 4:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = 2n^2 + 3n + 1$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Dãy số tăng                      **B.** Dãy số giảm  
**C.** Dãy số không tăng, không giảm                      **D.** Dãy số vừa tăng vừa giảm

**Lời giải**

Ta có  $u_{n+1} - u_n = 2(n+1)^2 + 3(n+1) + 1 - 2n^2 - 3n - 1 = 4n + 5 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy  $u_{n+1} - u_n > 0 \Leftrightarrow u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

**Câu 5:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -3, u_6 = 27$ . Tính công sai  $d$ .

- A.**  $d = 8$ .                      **B.**  $d = 7$ .                      **C.**  $d = 5$ .                      **D.**  $d = 6$ .

**Lời giải**

Ta có:  $u_6 = u_1 + 5d \Leftrightarrow 27 = -3 + 5d \Leftrightarrow d = 6$ .

**Câu 6:** Giá trị của  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 \cdot 2^n + 4^n}{2 \cdot 3^n + 4^n}$  bằng

- A.**  $\frac{7}{2}$ .                      **B.** 0.                      **C.** 1.                      **D.**  $+\infty$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 \cdot 2^n + 4^n}{2 \cdot 3^n + 4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 \left(\frac{2}{4}\right)^n + 1}{2 \left(\frac{3}{4}\right)^n + 1} = \frac{0 + 1}{0 + 1} = 1$

**Câu 7:** Kết quả của  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - 7x^2 + 11}{3x^6 + 2x^5 - 5}$  là:

- A.** -2.                      **B.**  $+\infty$ .                      **C.** 0.                      **D.**  $-\infty$ .

**Lời giải**

Ta có: 
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - 7x^2 + 11}{3x^6 + 2x^5 - 5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{2}{x^3} - \frac{7}{x^4} + \frac{11}{x^6}}{3 + \frac{2}{x} - \frac{5}{x^6}} = \frac{0}{3} = 0.$$

**Câu 8:** Kết quả của  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-15}{x-2}$  là:

- A.**  $-\infty$ .                      **B.**  $+\infty$ .                      **C.**  $-\frac{15}{2}$ .                      **D.** 1.

**Lời giải**

Vì 
$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} (x-15) = -13 < 0 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) = 0 \text{ \& } x-2 > 0, \forall x > 2 \end{cases} \longrightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-15}{x-2} = -\infty.$$

**Câu 9:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{(x-3)(x-1)}{x-3} & \text{khi } x \neq 3 \\ m & \text{khi } x = 3 \end{cases}$ . Tìm tất cả các giá trị thực của  $m$  để hàm số liên

tục tại điểm  $x = 3$ .

- A.**  $m = 2$ .                      **B.**  $m \in \mathbb{R}$ .                      **C.**  $m = 1$ .                      **D.**  $m = -1$ .

**Lời giải**

Hàm số đã cho xác định trên  $\mathbb{R}$ .

Ta có 
$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x-1)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-1)}{1} = 2 \text{ và } f(3) = m$$

Vậy với mọi  $m = 2$  hàm số đã cho liên tục tại điểm  $x = 3$ .

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = \frac{x-2}{x^2+5x+6}$ . Khi đó hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên các khoảng nào sau đây?

- A.**  $(-3; 2)$ .                      **B.**  $(-3; +\infty)$ .                      **C.**  $(-\infty; 3)$ .                      **D.**  $(2; 3)$ .

**Lời giải**

Hàm số có nghĩa khi  $x^2 + 5x + 6 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -3 \\ x \neq -2 \end{cases}$ .

Vậy theo định lí ta có hàm số  $f(x) = \frac{x-2}{x^2+5x+6}$  liên tục trên khoảng  $(-\infty; -3); (-3; -2)$  và  $(-2; +\infty)$ .

**Câu 11:** Hàm số nào sau đây gián đoạn tại điểm  $x_0 = -1$ ?

- A.**  $y = \frac{2x-3}{x+1}$ .                      **B.**  $y = \frac{5x-3}{2x-1}$ .                      **C.**  $y = x^2 + 2x - 1$ .                      **D.**  $y = \frac{3x+1}{x^2+1}$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = \frac{2x-3}{x+1}$  xác định khi và chỉ khi  $x+1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$

Tập xác định của hàm số là  $D = (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$

Hàm số  $y = \frac{2x-3}{x+1}$  là hàm phân thức hữu tỉ nên liên tục trên từng khoảng của tập xác định.

Vậy hàm số  $y = \frac{2x-3}{x+1}$  gián đoạn tại điểm  $x_0 = -1$ .

**Câu 12:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$ .

- A.  $SC$ .                      B.  $SA$ .                      **C.  $SO$ .**                      D.  $SD$ .

**Lời giải**

Điểm  $S$  và  $O$  cùng thuộc hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$  nên giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$  là đường thẳng  $SO$ .

**Câu 13:** Qua một điểm cho trước nằm ngoài mặt phẳng có bao nhiêu đường thẳng đi qua điểm đó và song song với mặt phẳng đã cho:

- A. Một.                      B. Hai.  
C. Không có đường nào. **D. Có vô số đường.**

**Lời giải**

Với mỗi điểm cho trước nằm ngoài mặt phẳng có thể dựng vô số đường thẳng đi qua điểm đó và song song với mặt phẳng cho trước.

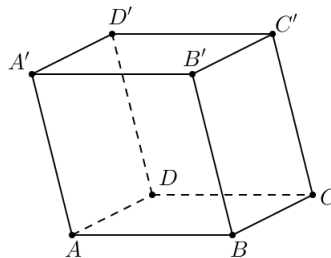
Vậy đáp án **D** đúng.

**Câu 14:** Hình hộp có bao nhiêu đỉnh?

- A. 6.                      B. 10.                      **C. 8.**                      D. 4.

**Lời giải**

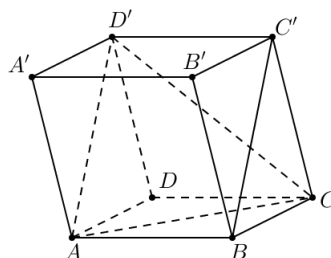
Hình hộp có 8 đỉnh.



**Câu 15:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $BC' \parallel (ACD)$ .                      B.  $BC' \parallel (AB'A')$ .  
C.  $BC' \parallel (CDD')$ .                      **D.  $BC' \parallel (ACD')$ .**

**Lời giải**



Vì  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình hộp nên  $AB \parallel C'D'$  và  $AB = C'D'$ .

Do đó  $ABC'D'$  là hình bình hành. Suy ra  $BC' \parallel AD'$ , mà  $AD' \subset (ACD')$ .

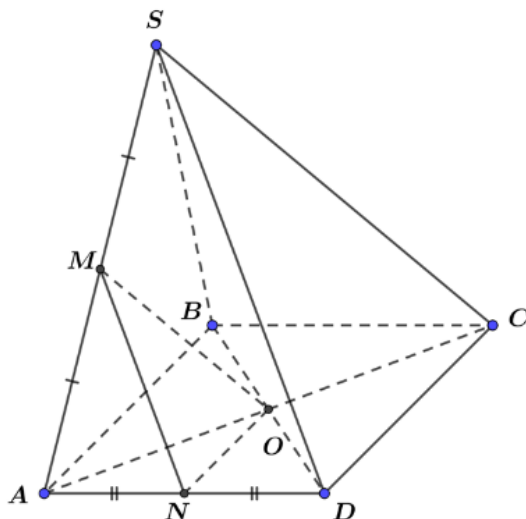
Vậy  $BC' \parallel (ACD')$ .

**Câu 16:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ , gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $SA, AD$ . Mặt phẳng  $(MNO)$  song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A.  $(SBC)$ .                      B.  $(SAB)$ .                      C.  $(SAD)$ .                      **D.  $(SCD)$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**



Vì  $MN$  là đường trung bình của tam giác  $SAD \Rightarrow MN // SD$ .

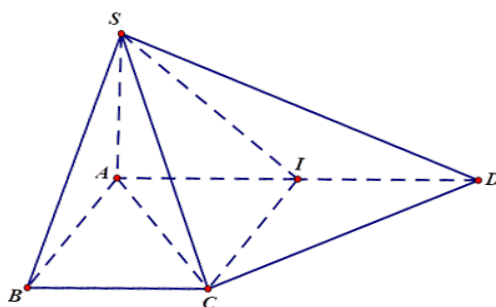
Tương tự  $ON$  là đường trung bình của tam giác  $ACD \Rightarrow ON // CD$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} MN // SD, ON // CD \\ MN \subset (MNO), ON \subset (MNO) \Rightarrow (MNO) // (SCD). \\ SD \subset (SCD), CD \subset (SCD) \end{cases}$$

**Câu 17:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $AD = 2a, AB = BC = a$ . Hình chiếu song song của điểm  $C$  theo phương  $AB$  lên mặt phẳng  $(SAD)$  là điểm nào sau đây?

- A.  $S$ .                                      B. Trung điểm của  $AD$ .  
C.  $A$ .                                        D.  $D$ .

**Lời giải**



Gọi  $I$  là trung điểm của  $AD$ . Ta có  $AI // BC$ ;  $AI = \frac{1}{2} AD = BC$ .

Do đó  $ABCI$  là hình bình hành. Suy ra  $CI // AB$ ;  $I \in (SAD)$ .

Vậy hình chiếu song song của điểm  $C$  theo phương  $AB$  lên mặt phẳng  $(SAD)$  là điểm  $I$ .

**Câu 18:** Giá trị đại diện của nhóm  $[u_k; u_{k+1})$  là

- A.  $u_k$ .                                      B.  $u_{k+1}$ .                                      C.  $\frac{1}{2}(u_{k+1} - u_k)$ .                                      D.  $\frac{1}{2}(u_{k+1} + u_k)$ .

**Lời giải**

**Câu 19:** Khảo sát về cân nặng của các học sinh lớp 11D3 người ta được một mẫu dữ liệu ghép nhóm như sau:

Cân nặng	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)
Số học sinh	2	10	16	8	2	2



Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là

A. 60.

B. 62,5.

C. 65.

D. 70.

Lời giải

Ta có: Số phần tử của mẫu là  $n = 40 \Rightarrow \frac{3n}{4} = 30$

Suy ra nhóm  $[60;70)$  chứa tứ phân vị thứ ba.

Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là

$$Q_3 = 60 + \frac{30 - 28}{8} \cdot 10 = 62,5.$$

**Câu 20:** Cho mẫu số liệu cho bởi tần số ghép nhóm dưới đây

Nhóm	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)
Tần số	3	8	18	11	12	8

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số gần nhất giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 8,4.

B. 8,9.

C. 8,0.

D. 8,7.

Lời giải

Gọi  $x_1, x_2, \dots, x_{60}$  là số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu  $x_1, x_2, \dots, x_{60}$  là  $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16}) \in [8;10)$ . Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$Q_1 = 8 + \frac{\frac{1 \cdot 60}{4} - (3+8)}{18} \cdot (10-8) \approx 8,4.$$

**Câu 21:** Rút gọn biểu thức  $A = \frac{3 - 4 \cos 2a + \cos 4a}{3 + 4 \cos 2a + \cos 4a}$  ta được kết quả nào sau đây

A.  $\cot^4 a$ .

B.  $\tan^4 a$ .

C. 1.

D.  $\cos 2a$ .

Lời giải

$$\text{Ta có } A = \frac{3 - 4 \cos 2a + \cos 4a}{3 + 4 \cos 2a + \cos 4a}$$

$$= \frac{3 - 4 \cos 2a + 2 \cos^2 2a - 1}{3 + 4 \cos 2a + 2 \cos^2 2a - 1}$$

$$= \frac{2 \cos^2 2a - 4 \cos 2a + 2}{2 \cos^2 2a + 4 \cos 2a + 2}$$

$$= \frac{(\cos 2a - 1)^2}{(\cos 2a + 1)^2}$$

$$= \frac{\sin^4 a}{\cos^4 a} = \tan^4 a$$

**Câu 22:** Tập giá trị của hàm số  $y = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  là:

A.  $[-2; 2]$

B.  $[-1; 1]$

C.  $[-2; 1]$

D.  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

Lời giải

Ta có  $-1 \leq \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 2$

**Câu 23:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2au_n + 3 \forall n \geq 1 \end{cases}$ . Tìm tất cả các giá trị của  $a$  để  $(u_n)$  tăng?

- A.**  $a > 0$                       **B.**  $a < 0$ .                      **C.**  $a \leq 0$ .                      **D.**  $a < 1$ .

**Lời giải**

Ta có:  $u_{n+1} - u_n = (2au_n + 3) - (2au_{n-1} + 3) = 2a(u_n - u_{n-1}) \forall n \geq 2$ .

$\Rightarrow u_3 - u_2 = 2a(u_2 - u_1) = 2a(6a + 3 - 2) = 2a \cdot 6a = 3 \cdot (2a)^2$

$\Rightarrow u_4 - u_3 = 2a(u_3 - u_2) = 2a \cdot 3 \cdot (2a)^2 = 3 \cdot (2a)^3$

...

$\Rightarrow u_{n+1} - u_n = 3 \cdot (2a)^n$

Để dãy số  $(u_n)$  tăng thì  $u_{n+1} - u_n = 3 \cdot (2a)^n > 0 \forall n \geq 1$ .

Suy ra  $a > 0$ .

**Câu 24:** Trong sân vận động, dãy đầu tiên có 15 ghế, các dãy liền sau nhiều hơn dãy trước 4 ghế, hỏi dãy ghế thứ 10 bao nhiêu ghế?

- A.** 55.                      **B.** 51.                      **C.** 50.                      **D.** 49.

**Lời giải**

Gọi  $u_1, u_2, \dots, u_n$  lần lượt là số ghế của dãy ghế thứ nhất, dãy ghế thứ hai, ... và dãy ghế thứ  $n$ .

Do dãy đầu tiên có 15 ghế, các dãy liền sau nhiều hơn dãy trước 4 ghế nên ta được dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng với  $u_1 = 15$  và công sai  $d = 4$ .

Khi đó  $u_n = 15 + (n-1) \cdot 4$

Số ghế của dãy ghế thứ 10 là  $u_{10} = 15 + (10-1) \cdot 4 = 51$ .

**Câu 25:** Tế bào E.Coli trong điều kiện nuôi cấy thích hợp cứ 20 phút lại nhân đôi một lần. Nếu lúc đầu có  $10^{12}$  tế bào thì sau 3 giờ sẽ phân chia thành số tế bào là

- A.**  $1024 \cdot 10^{12}$ .                      **B.**  $256 \cdot 10^{12}$ .                      **C.**  $512 \cdot 10^{12}$ .                      **D.**  $512 \cdot 10^{13}$ .

**Lời giải**

Lúc đầu có  $10^{12}$  tế bào và mỗi lần phân chia thì một tế bào tách thành hai tế bào nên ta có cấp số nhân với  $u_1 = 10^{12}$  và công bội  $q = 2$ .

Do cứ 20 phút lại nhân đôi một lần nên sau 3 giờ sẽ có 9 lần phân chia tế bào.

Ta có  $u_{10}$  là số tế bào nhận được sau 3 giờ.

Vậy số tế bào nhận được sau 3 giờ là  $u_{10} = u_1 \cdot q^9 = 10^{12} \cdot 2^9 = 512 \cdot 10^{12}$ .

**Câu 26:** Cho  $a, b$  là các số thực thỏa mãn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^3 + 2bn^2 + n + 2023}{2n^2 + 3} = 1$ . Tổng  $2a + b$  bằng

- A.** 1.                      **B.** 4.                      **C.** 2.                      **D.** 3.

**Lời giải:**

Do  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^3 + 2bn^2 + n + 2023}{2n^2 + 3} = 1 \Rightarrow a = 0$ .

Lúc đó:  $\lim \lim \frac{an^3 + 2bn^2 + n + 2023}{2n^2 + 3} = \lim \frac{2bn^2 + n + 2023}{2n^2 + 3} = \lim \frac{2b + \frac{1}{n} + \frac{2023}{n^2}}{2 + \frac{3}{n^2}} = b = 1.$

Vậy  $2a + b = 1$

**Câu 27:** Giá trị đúng của  $\lim \left[ \sqrt{n} (\sqrt{4n+1} - \sqrt{4n-1}) \right]$  là

- A. 0.                      **B.  $\frac{1}{2}$ .**                      C.  $+\infty$ .                      D.  $-\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

Ta có:

$$\lim \left[ \sqrt{n} (\sqrt{4n+1} - \sqrt{4n-1}) \right] = \lim \frac{2\sqrt{n}}{\sqrt{4n+1} + \sqrt{4n-1}} = \lim \frac{2}{\sqrt{4 + \frac{1}{n}} + \sqrt{4 - \frac{1}{n}}} = \frac{1}{2}.$$

**Câu 28:** Biết giới hạn  $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax^2 + 2} + bx - 1}{x^3 - 3x + 2} = c$  với  $a, b, c$  là số thực. Tính  $S = a + 6b + 12c$

- A. -3.**                      B. 9.                      C. 3.                      D. -9.

Ta có  $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax^2 + 2} + bx - 1}{x^3 - 3x + 2} = c \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + 2 - (bx - 1)^2}{(x-1)^2 (x+2) (\sqrt{ax^2 + 2} - bx + 1)} = c$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(a - b^2)x^2 + 2bx + 1}{(x-1)^2 (x+2) (\sqrt{ax^2 + 2} - bx + 1)} = c$$

Để tồn tại giới hạn hữu hạn thì phương trình  $(a - b^2)x^2 + 2bx + 1 = 0$  có nghiệm kép  $x = 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - b^2 \neq 0 \\ \Delta' = 0 \\ x_1 = x_2 = \frac{-b}{a - b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b^2 \neq 0 \\ 2b^2 - a = 0 \\ b = b^2 - a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b^2 \neq 0 \\ a = 2b^2 \\ a = b^2 - b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b^2 \neq 0 \\ a = 2b^2 \\ 2b^2 = b^2 - b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$$

Khi đó,  $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{(x-1)^2 (x+2) (\sqrt{2x^2 + 2} + x + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x+2) (\sqrt{2x^2 + 2} + x + 1)} = \frac{1}{12}$

$\Rightarrow c = \frac{1}{12}$ . Vậy  $S = a + 6b + 12c = -3$ .

**Câu 29:** Tính  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x + 1)$ .

- A.  $\frac{5}{2}$ .**                      B. 4.                      C. 0.                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

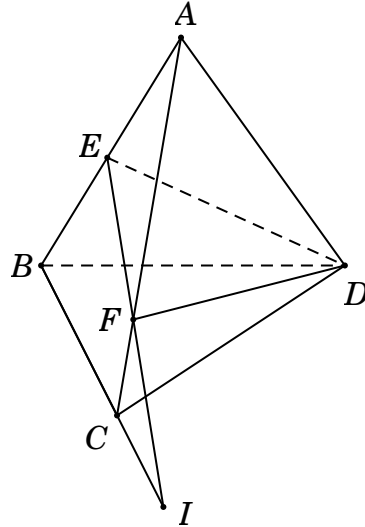
Có:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x + 1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2 + 3x - x^2}{\sqrt{x^2 + 3x} + x} + 1 \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{3x}{\sqrt{x^2 + 3x} + x} + 1 \right)$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{3}{\sqrt{1 + \frac{3}{x}} + 1} + 1 \right) = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2}.$$

**Câu 30:** Cho điểm  $A$  không nằm trên mặt phẳng  $(\alpha)$  chứa tam giác  $BCD$ . Lấy  $E, F$  là các điểm lần lượt nằm trên các cạnh  $AB, AC$ . Khi  $EF$  và  $BC$  cắt nhau tại  $I$ , thì  $I$  không phải là điểm chung của hai mặt phẳng nào sau đây?

- A.**  $(BCD)$  và  $(DEF)$ . **B.**  $(BCD)$  và  $(ABC)$ . **C.**  $(BCD)$  và  $(AEF)$ . **D.**  $(BCD)$  và  $(ABD)$ .

**Lời giải.**

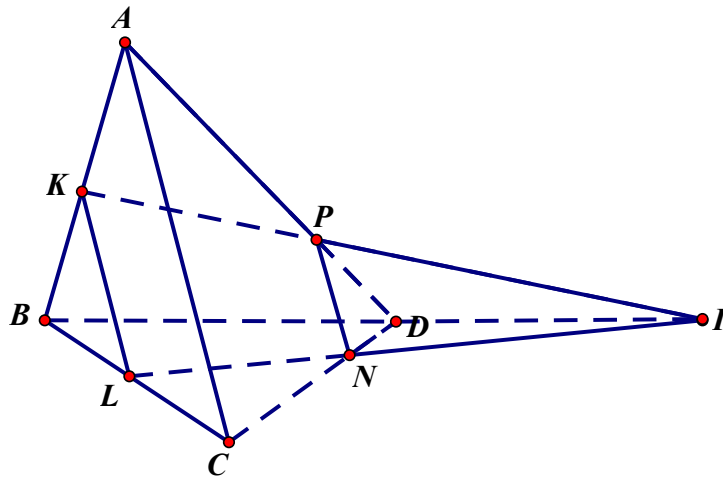


Điểm  $I$  là giao điểm của  $EF$  và  $BC$  mà  $\begin{cases} EF \subset (DEF) \\ EF \subset (ABC) \\ EF \subset (AEF) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I = (BCD) \cap (DEF) \\ I = (BCD) \cap (ABC) \\ I = (BCD) \cap (AEF) \end{cases}$ .

**Câu 31:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $K, L$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $BC$ .  $N$  là điểm thuộc đoạn  $CD$  sao cho  $CN = 2ND$ . Gọi  $P$  là giao điểm của  $AD$  với mặt phẳng  $(KLN)$ . Tính tỉ số  $\frac{PA}{PD}$

- A.**  $\frac{PA}{PD} = \frac{1}{2}$ . **B.**  $\frac{PA}{PD} = \frac{2}{3}$ . **C.**  $\frac{PA}{PD} = \frac{3}{2}$ . **D.**  $\frac{PA}{PD} = 2$ .

**Lời giải**



Giả sử  $LN \cap BD = I$ . Nối  $K$  với  $I$  cắt  $AD$  tại  $P$  Suy ra  $(KLN) \cap AD = P$

Ta có:  $KL \parallel AC \Rightarrow PN \parallel AC$  Suy ra:  $\frac{PA}{PD} = \frac{NC}{ND} = 2$

**Câu 32:** Cho hai hình bình hành  $ABCD$  và  $ABEF$  nằm trong hai mặt phẳng khác nhau lần lượt có tâm  $O$  và  $O'$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

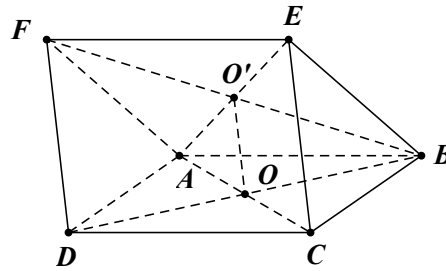
A.  $OO' \parallel (ADF)$ .

B.  $OO' \parallel (BCE)$ .

C.  $OO' \parallel (ACE)$ .

D.  $OO' \parallel (DCEF)$ .

Lời giải



Đáp án A đúng vì

$$\left. \begin{array}{l} OO' \parallel DF \\ DF \subset (ADF) \\ OO' \not\subset (ADF) \end{array} \right\} \Rightarrow OO' \parallel (ADF)$$

Đáp án B đúng vì

$$\left. \begin{array}{l} OO' \parallel EC \\ EC \subset (BCE) \\ OO' \not\subset (BCE) \end{array} \right\} \Rightarrow OO' \parallel (BCE)$$

Đáp án C sai vì  $OO' \subset (ACE)$

Đáp án D đúng vì

$$\left. \begin{array}{l} OO' \parallel EC \\ EC \subset (DCEF) \\ OO' \not\subset (DCEF) \end{array} \right\} \Rightarrow OO' \parallel (DCEF)$$

**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$ . Tam giác  $\Delta SAD$  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy  $ABCD$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua  $O$  và song song với mặt phẳng  $(SAD)$ . Thiết diện của hình chóp  $S.ABCD$  cắt bởi mặt phẳng  $(\alpha)$  là hình gì

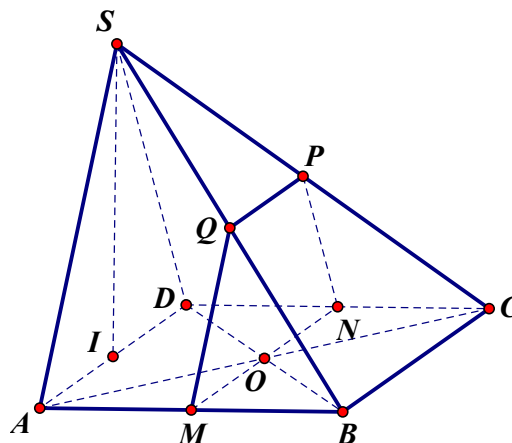
A. Tam giác.

B. Hình tứ giác nhưng không phải là hình thang.

C. Hình thang cân.

D. Hình thang không cân.

Lời giải



Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB, DC, SC, SB$  khi đó mặt phẳng  $(MNPQ)$  đi qua  $O$  và song song với mặt phẳng  $(SAD)$  nên  $MNPQ$  là thiết diện.

Ta có  $MN \parallel PQ$  suy ra  $MNPQ$  là hình thang

$MQ = \frac{1}{2}SA, NP = \frac{1}{2}SD, SA = SD$  suy ra  $MQ = NP$  suy ra  $MNPQ$  là hình thang cân.

**Câu 34:** Khi khảo sát chiều cao của 65 em học sinh nam ở hai lớp 11A và 11B (đơn vị  $cm$ ), ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm được cho bảng sau:

Nhóm	Tần số
[160;163)	$x$
[163;166)	15
[166;169)	12
[169;172)	14
[172;174)	$y$
	$n = 65$

Tìm  $x; y$  biết tần số của nhóm [172;174) gấp 2 lần tần số của nhóm [160;163)?

- A.  $\begin{cases} x = 16 \\ y = 8 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = 12 \\ y = 6 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = 8 \\ y = 16 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$

**Lời giải**

Ta có  $\begin{cases} x + 15 + 12 + 14 + y = 65 \\ y = 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 24 \\ y = 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 16 \end{cases}$

**Câu 35:** Một cửa hàng đã ghi lại số tiền bán xăng cho 35 khách hàng đi xe máy. Vì một lí do nào đó, cửa hàng chỉ có mẫu số liệu ghép nhóm dạng sau:

Số tiền (nghìn đồng)	[0;30)	[30;60)	[60;90)	[90;120)
Số khách hàng	3	$x$	10	7

Biết giá trị trung bình của mẫu số liệu là 63 nghìn đồng. Có bao nhiêu khách hàng đổ xăng từ 30 nghìn đồng đến 60 nghìn đồng?

- A. 15      B. 16      C. 17      D. 18

**Lời giải**

Ta có:

Số tiền (nghìn đồng)	[0;30)	[30;60)	[60;90)	[90;120)
Số khách hàng	3	$x$	10	7
Giá trị đại diện	15	45	75	105

Với mẫu số liệu ghép nhóm:

$$\bar{x} = \frac{15 \times 3 + 45 \times x + 75 \times 10 + 105 \times 7}{35} = 63$$

$$\Leftrightarrow x = 15$$

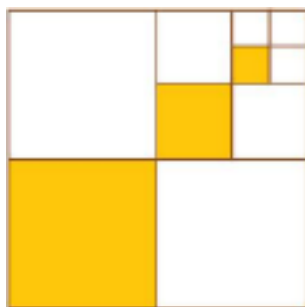
Vậy có 15 khách hàng đổ xăng từ 30 nghìn đồng đến 60 nghìn đồng.

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** Cho hình vuông cạnh 1. Chia hình vuông đó thành bốn hình vuông nhỏ bằng nhau, sau đó tô màu hình vuông nhỏ góc dưới bên trái. Lặp lại các thao tác này với hình vuông nhỏ góc trên bên phải. Giả sử quá trình trên tiếp diễn vô hạn lần. Gọi  $u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$  lần lượt là chu vi của các hình vuông được tô màu.

a) Tính tổng  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ .

b) Tính tổng chu vi của tất cả các hình vuông được tô màu.



**Lời giải**

Ta có:

$$u_1 = 4 \cdot \frac{1}{2}$$

$$u_2 = 4 \cdot \frac{1}{2^2}$$

$$u_3 = 4 \cdot \frac{1}{2^3}$$

...

$$u_n = 4 \cdot \frac{1}{2^n}$$

$$\text{Suy ra } S_n = 4 \cdot \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{1}{2^2} + \dots + 4 \cdot \frac{1}{2^n} = 2 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}} = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n.$$

Dãy số  $u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$  là cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu  $u_1 = 2$  và công bội  $q = \frac{1}{2}$ .

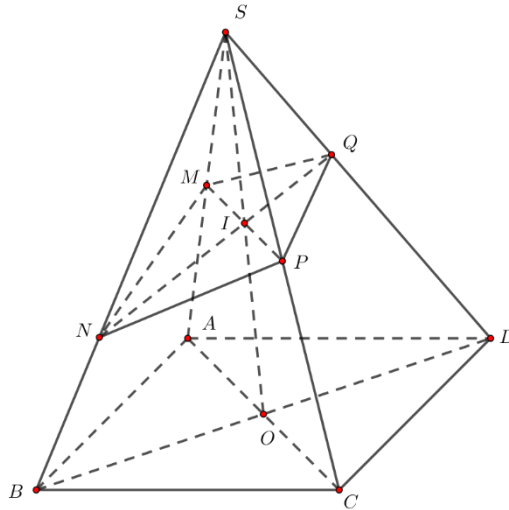
Vậy tổng chu vi của tất cả các hình vuông được tô màu là:

$$S = u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots = \frac{2}{1 - \frac{1}{2}} = 4$$

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $M, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SA$  và  $SC$ . Điểm  $N$  thuộc cạnh  $SB$  sao cho  $\frac{SN}{SB} = \frac{2}{3}$ . Gọi  $Q$  là giao điểm của

cạnh  $SD$  và mặt phẳng  $(MNP)$ . Tính tỷ số  $\frac{SQ}{SD}$ .

**Lời giải**

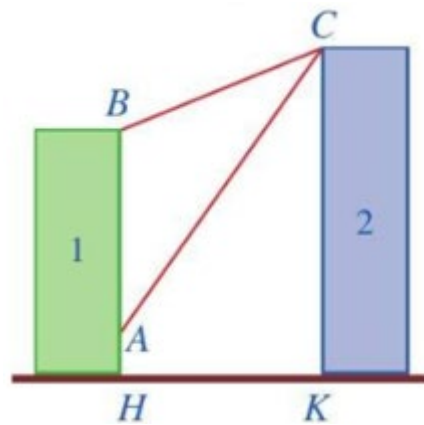


Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ ,  $I$  là giao điểm của  $MP$  và  $SO$  thì  $Q$  là giao điểm của  $NI$  với  $SD$ .  $I$  là trung điểm của  $SO$ .

Đặt  $\frac{SD}{SQ} = x$ . Do  $2\overline{SO} = \overline{SB} + \overline{SD}$  nên  $4\overline{SI} = \frac{3}{2}\overline{SN} + x\overline{SQ} \Rightarrow x = 4 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$ .

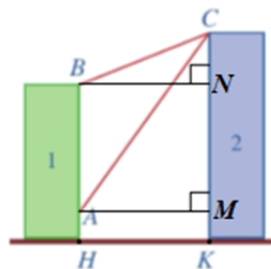
Vậy  $\frac{SQ}{SD} = \frac{2}{5}$ .

**Câu 38:** Có hai chung cư cao tầng xây cạnh nhau với khoảng cách giữa chúng là  $HK = 20$  m. Để đảm bảo an ninh, trên nóc chung cư thứ hai người ta lắp camera ở vị trí  $C$ . Gọi  $A, B$  lần lượt là vị trí thấp nhất, cao nhất trên chung cư thứ nhất mà camera có thể quan sát được. Hãy tính số đo góc  $\widehat{ACB}$  (phạm vi camera có thể quan sát được ở chung cư thứ nhất). Biết rằng chiều cao của chung cư hai chung cư lần lượt là  $BH = 24$  m,  $CK = 32$  m và khoảng cách từ  $A$  đến mặt đất là  $AH = 6$  m.



**Lời giải**

Kẻ  $AM \perp CK$ ,  $BN \perp CK$  (hình vẽ) ta có:





$$\begin{aligned} BN &= AM = HK = 20 \text{ (m)}; \\ CN &= CK - NK = CK - BH = 32 - 24 = 8 \text{ (m)}; \\ MN &= AB = BH - AH = 24 - 6 = 18 \text{ (m)}; \\ CM &= CN + MN = 8 + 18 = 26 \text{ (m)}. \end{aligned}$$

Đặt  $\widehat{BCN} = \alpha, \widehat{ACM} = \beta$ .

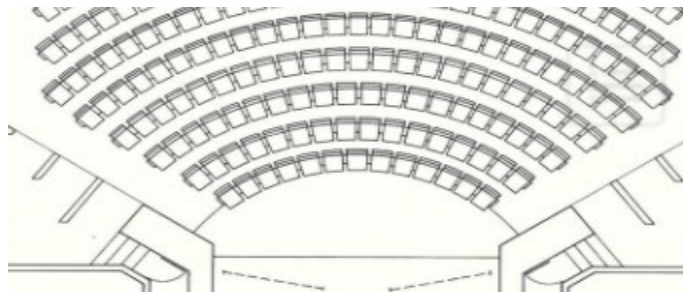
Xét  $\triangle BCN$  vuông tại N có:  $\tan \alpha = \frac{BN}{CN} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$ ;

Xét  $\triangle ACM$  vuông tại M có:  $\tan \beta = \frac{AM}{CM} = \frac{20}{26} = \frac{10}{13}$ ;

Ta có:  $\tan \widehat{ACB} = \tan(\widehat{BCN} - \widehat{ACM}) = \tan(\alpha - \beta)$

$$\Rightarrow \tan \widehat{ACB} = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} = \frac{\frac{5}{2} - \frac{10}{13}}{1 + \frac{5}{2} \cdot \frac{10}{13}} = \frac{45}{76}.$$

**Câu 39:** Một rạp hát có 18 hàng ghế xếp theo hình quạt. Hàng thứ nhất có 16 ghế, hàng thứ hai có 20 ghế, hàng thứ ba có 24 ghế,... cứ thế cho đến hàng cuối cùng. Hỏi tổng số ghế có trong rạp là bao nhiêu ?



**Lời giải**

Gọi số ghế ở hàng thứ  $n$  là  $u_n$ .

Ta có:  $u_1 = 16, u_2 = 20, u_3 = 24, \dots$

Nhận xét dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng có  $u_1 = 16$ , công sai  $d = u_2 - u_1 = 20 - 16 = 4$ .

Khi đó  $S_{18} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = \frac{18(2 \cdot 16 + 17 \cdot 4)}{2} = 900$ .

Vậy tổng số ghế trong rạp hát là 900 ghế

----- **HẾT** -----

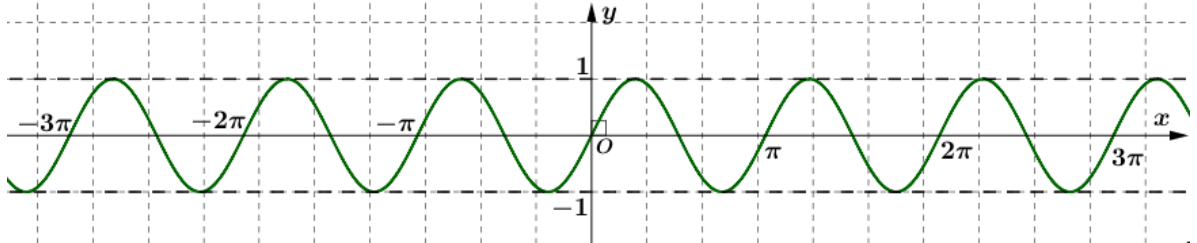
**ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI**  
**MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 10**

**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)**

**Câu 1:** Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm  $M\left(-\frac{\sqrt{5}}{4}; -\frac{\sqrt{11}}{4}\right)$  có góc lượng giác  $(OA; OM)$  có số đo  $\alpha + k2\pi$ . Khi đó, giá trị của  $\tan \alpha$  là giá trị nào trong các giá trị sau?

- A.  $\frac{\sqrt{55}}{11}$ .                      B.  $-\frac{\sqrt{55}}{11}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{55}}{5}$ .                      D.  $-\frac{\sqrt{55}}{5}$ .

**Câu 2:** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau:



- A.  $y = \sin x$ .                      B.  $y = \cos 2x$ .                      C.  $y = \sin 2x$ .                      D.  $y = \cos x$ .

**Câu 3:** Nghiệm của phương trình  $\sin x = \frac{1}{2}$  là

- A.  $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .                      B.  $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi; -\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .  
C.  $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .                      D.  $S = \left\{ \frac{1}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 4:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào là dãy số giảm?

- A.  $u_n = \frac{1}{2^n}$ .                      B.  $u_n = \frac{3n-1}{n+1}$ .                      C.  $u_n = n^2$ .                      D.  $u_n = \sqrt{n+2}$ .

**Câu 5:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 8$  và  $u_2 = 4$ . Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B.  $-\frac{1}{2}$ .                      C.  $-2$ .                      D.  $2$ .

**Câu 6:** Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

- A.  $u_n = \left(-\frac{2}{3}\right)^n$ .                      B.  $u_n = \left(\frac{6}{5}\right)^n$ .                      C.  $u_n = \frac{n^3 - 3n}{n+1}$ .                      D.  $u_n = n^2 - 4n$ .

**Câu 7:** Giá trị của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3}{x^3 + 2}$  là

- A. 1.                      B. -2.                      C. 2.                      D.  $-\frac{3}{2}$ .

**Câu 8:** Kết quả của  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + 5x^2 - 3}{x^2 + 6x + 3}$  là:

- A. -2.                      B.  $+\infty$ .                      C.  $-\infty$ .                      D. 2.

**Câu 9:** Cho bốn hàm số  $f_1(x) = x^3 - x + 5$ ,  $f_2(x) = \frac{3x-1}{x^2-2}$ ,  $f_3(x) = \cos x$  và  $f_4(x) = \sqrt{x} - 3$ .

Hỏi có bao nhiêu hàm số liên tục trên tập  $\mathbb{R}$  ?

- A. 1.                                      B. 3.                                      C. 4.                                      D. 2.

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = \begin{cases} -x^2 + 2x + 1 & \text{khi } x \geq 2 \\ x + 2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ . Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. Hàm số liên tục tại  $x_0 = 1$ .                                      B. Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
 C. Hàm số liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 2)$ ,  $(2; +\infty)$ .  
 D. Hàm số gián đoạn tại  $x_0 = 2$ .

**Câu 11:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m^2 - 6m + 12 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ . Tìm tất cả các giá trị thực của tham

số  $m$  để hàm số gián đoạn tại  $x = 1$ .

- A.  $m \neq 2$ .                                      B.  $m \neq 1$ .                                      C.  $m \neq 2$ .                                      D.  $m \neq 3$ .

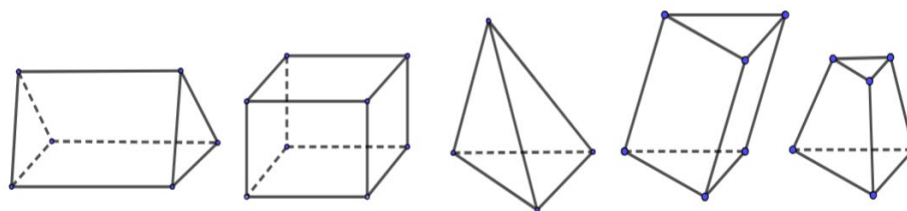
**Câu 12:** Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định nếu biết nó thoả điều kiện nào sau đây?

- A. Đi qua ba điểm bất kỳ.  
 B. Đi qua một đường thẳng và một điểm thuộc đường thẳng đó.  
 C. Đi qua hai đường thẳng cắt nhau.  
 D. Đi qua bốn điểm bất kỳ trong không gian.

**Câu 13:** Cho hai đường thẳng chéo nhau  $a$  và  $b$ . Có bao nhiêu mặt phẳng chứa đường thẳng  $a$  và song song với đường thẳng  $b$  ?

- A. 1.                                      B. 2.                                      C. 3.                                      D. Vô số.

**Câu 14:** Cho các hình dưới đây. Có bao nhiêu hình là hình lăng trụ?



- A. 1.                                      B. 2.                                      C. 3.                                      D. 4.

**Câu 15:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $SC$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $MN \parallel (SAB)$ .                                      B.  $MN \parallel (SBC)$ .                                      C.  $MN \parallel (SBD)$ .                                      D.  $MN \parallel (ABCD)$ .

**Câu 16:** Trong các phát biểu sau, số phát biểu đúng?

- a) Hai mặt phẳng không cắt nhau thì song song.  
 b) Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì cắt nhau.  
 c) Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có duy nhất một mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.  
 d) Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.  
 e) Nếu đường thẳng  $d$  song song với  $mp(\alpha)$  thì nó song song với mọi đường thẳng nằm trong  $mp(\alpha)$ .

- A. 1.                                      B. 2.                                      C. 3.                                      D. 4.

**Câu 17:** Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hình biểu diễn của một hình bình hành là một hình bình hành.  
 B. Hình biểu diễn của một hình chữ nhật là một hình chữ nhật.  
 C. Hình biểu diễn của một hình vuông là một hình vuông.

**D.** Hình biểu diễn của một hình thoi là một hình thoi.

**Câu 18:** Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mẫu số liệu ghép nhóm đã cho có tất cả bao nhiêu nhóm?

**A.** 3.                      **B.** 4.                      **C.** 5.                      **D.** 6.

**Câu 19:** Khảo sát thời gian xem ti vi trong một ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

**A.** [0;20).                      **B.** [20;40).                      **C.** [40;60).                      **D.** [60;80).

**Câu 20:** Thống kê về thời lượng mỗi trận đấu bi-a trong vòng tứ kết giải đấu European Open người ta được mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Thời gian	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5;21,5)	[21,5;24,5)
Số trận	3	12	15	24	2

Mốt của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào sau đây

**A.** 18.                      **B.** 18,5.                      **C.** 19.                      **D.** 19,5.

**Câu 21:** Bánh xe của người đi xe đạp quay được 5 vòng trong 8 giây. Hỏi trong 2 giây, bánh xe quay được một góc bao nhiêu độ?

**A.**  $1800^\circ$ .                      **B.**  $225^\circ$ .                      **C.**  $360^\circ$ .                      **D.**  $450^\circ$ .

**Câu 22:** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

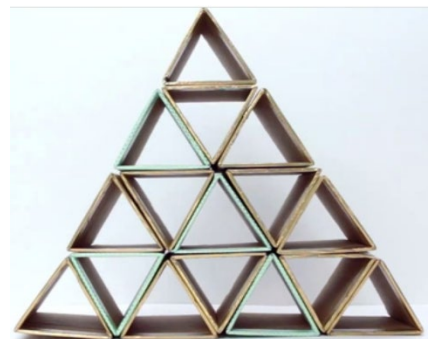
**A.**  $y = \tan 2023x + \cot 2024x$ .                      **B.**  $y = \sin|2023x| + \cos 2024x$ .  
**C.**  $y = 2023 \cos x + 2024 \sin x$ .                      **D.**  $y = \cot 2023x - 2024 \sin x$ .

**Câu 23:** Dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát:  $u_n = 3n + n^2$ . Hỏi số 40 là số hạng thứ mấy của dãy số đã cho?

**A.**  $u_{10}$ .                      **B.**  $u_8$ .                      **C.**  $u_5$ .                      **D.**  $u_{40}$ .

**Câu 24:** An định xếp một hình tháp bởi các mảnh ghép tam giác. Tầng dưới cùng An xếp 35 hình và tầng tiếp theo ít hơn tầng dưới nó hai hình. An xếp cho đến khi không xếp lên được nữa. Hỏi An cần bao nhiêu mảnh ghép hình tam giác để xếp xong tháp?

**A.**  $S = 322$ .                      **B.**  $S = 324$ .  
**C.**  $S = 234$ .                      **D.**  $S = 332$ .



**Câu 25:** Một loại lợi khuẩn được nuôi cấy trong phòng thí nghiệm, cứ cách hai phút số lượng lại tăng lên gấp đôi so với số lượng đang có. Từ một lợi khuẩn ban đầu, hãy tính tổng số lợi khuẩn có trong ống nghiệm sau 30 phút.

**A.** 16384.                      **B.** 16383.                      **C.** 32767.                      **D.** 32768.

**Câu 26:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \sqrt{2n^2 + 2n + 1} - \sqrt[3]{n^3 + n^2} \right]$  bằng

**A.**  $-\infty$ .                      **B.** 0.                      **C.**  $+\infty$ .                      **D.** 2.

**Câu 27:** Tổng vô hạn sau đây  $S = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$  có giá trị bằng:

- A. 3.    B.  $\frac{3}{2}$ .    C. 4.    D. 2.

**Câu 28:** Giá trị của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{3x^3 - 1} + \sqrt{x^2 + 2})$  là:

- A.  $\sqrt[3]{3} + 1$ .    B.  $+\infty$ .    C.  $\sqrt[3]{3} - 1$ .    D.  $-\infty$ .

**Câu 29:** Tính  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} (\sqrt{4x^2 + 1} - x)$

- A.  $+\infty$ .    B. 0.    C.  $\frac{1}{2}$ .    D. -3.

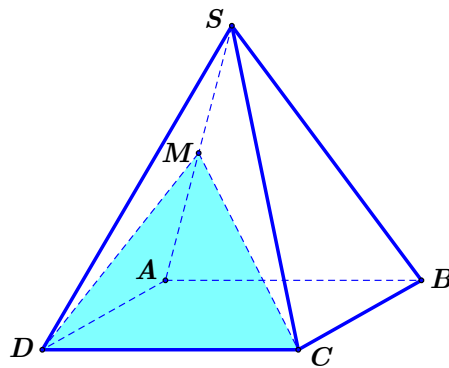
**Câu 30:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  không phải là hình thang. Trên cạnh  $SC$  lấy điểm  $M$ . Gọi  $N$  là giao điểm của đường thẳng  $SD$  với mặt phẳng  $(AMB)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Ba đường thẳng  $AB, CD, MN$  đôi một song song.  
 B. Ba đường thẳng  $AB, CD, MN$  đôi một cắt nhau.  
 C. Ba đường thẳng  $AB, CD, MN$  đồng quy.  
 D. Ba đường thẳng  $AB, CD, MN$  cùng thuộc một mặt phẳng.

**Câu 31:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Các điểm  $P, Q$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ ; điểm  $R$  nằm trên cạnh  $BC$  sao cho  $BR = 2RC$ . Gọi  $S$  là giao điểm của  $mp(PQR)$  và cạnh  $AD$ . Tính tỉ số  $\frac{SA}{SD}$ .

- A.  $\frac{7}{3}$ .    B. 2.    C.  $\frac{5}{3}$ .    D.  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Gọi  $M$  là trung điểm của  $SA$ . Giao điểm của đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(CMD)$  là:



- A. Không có giao điểm.    B. Giao điểm của đường thẳng  $SB$  và  $MC$ .  
 C. Giao điểm của đường thẳng  $SB$  và  $MD$ .    D. Trung điểm của đoạn thẳng  $SB$ .

**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ , gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $SA, AD$ . Mặt phẳng  $(MNO)$  song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A.  $(SBC)$ .    B.  $(SAB)$ .    C.  $(SAD)$ .    D.  $(SCD)$ .

**Câu 34:** Thời gian tự ôn tập thi THPTQG tại nhà trong một ngày của học sinh lớp 12A được giáo viên chủ nhiệm ghi nhận trong bảng sau:

Thời gian ôn tập (giờ)	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Số học sinh	4	7	18	15	4

Từ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. 6,75.    B. 7,13.    C. 6,93.    D. 7,04.

**Câu 35:** Cho bảng phân bố tần số ghép nhóm sau. ( $x$  là số nguyên dương)

Nhóm	Tần số
[7;9)	5
[9;11)	$x^2 + 3$
[11;13)	3
[13;15)	$7x - 9$
[15;17)	$4x + 1$
[17;19)	7

Biết bảng số liệu trên có hai một ở nhóm [9;11) và nhóm [13;15) các một của bảng số liệu trên là ( làm tròn đến hàng phân chục).

- A. 14,8 ; 9,8.      B. 14,7;9,9.      C. 14,8; 9,9.      D. 14,9;9,9.

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

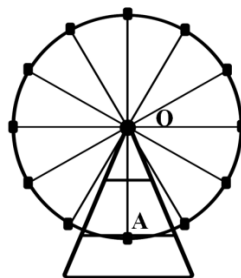
**Câu 36:** Có 1 kg chất phóng xạ độc hại. Biết rằng, cứ sau mỗi khoảng thời gian  $T = 24000$  năm thì một nửa số chất phóng xạ này bị phân rã thành chất khác không độc hại với sức khỏe con người ( $T$  gọi là chu kì bán rã). Gọi  $(u_n)$  là khối lượng chất phóng xạ còn sót lại sau chu kì thứ  $n$ .

- Tìm số hạng tổng quát  $u_n$
- Tìm giới hạn  $u_n$

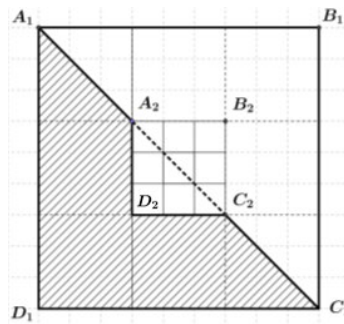
**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang  $ABCD$  với  $AD \parallel BC$  và  $AD = 2BC$ . Gọi  $M$  là điểm trên cạnh  $SD$  thỏa mãn  $SM = \frac{1}{3}SD$ . Mặt phẳng  $(ABM)$  cắt cạnh bên  $SC$  tại điểm  $N$ .

Tính tỉ số  $\frac{SN}{SC}$ .

**Câu 38:** Một vòng quay quan sát quay ngược chiều kim đồng hồ quanh trục  $O$  của nó trên một mặt phẳng thẳng đứng vuông góc với mặt đất. Vòng quay có đường kính bánh xe là 20 m và có 12 khoang hành khách hình trụ được thiết kế ở những vị trí trên đường tròn bánh xe sao cho khoảng cách giữa hai khoang gần nhất luôn bằng nhau. Vị trí hành khách bước lên khoang hành khách cách mặt đất 5 m. Bạn A bước lên vòng quay và đi được  $3\frac{7}{10}$  vòng. Hỏi vị trí khoang hành khách của bạn A cách mặt đất bao nhiêu mét? Kết quả làm tròn đến hàng phần mười (hình vẽ minh họa bên dưới).



**Câu 39:** Với hình vuông  $A_1B_1C_1D_1$  như hình vẽ bên, cách tô màu như phần gạch sọc được gọi là cách tô màu “đẹp”. Một nhà thiết kế tiến hành tô màu cho một hình vuông như hình bên, theo quy trình sau:



*Bước 1:* Tô màu “đẹp” cho hình vuông  $A_1B_1C_1D_1$ .

*Bước 2:* Tô màu “đẹp” cho hình vuông  $A_2B_2C_2D_2$  là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông  $A_1B_1C_1D_1$  thành 9 phần bằng nhau như hình vẽ.

*Bước 3:* Tô màu “đẹp” cho hình vuông  $A_3B_3C_3D_3$  là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông  $A_2B_2C_2D_2$  thành 9 phần bằng nhau. Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99% .

----- **HẾT** -----

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

### I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm  $M\left(-\frac{\sqrt{5}}{4}; -\frac{\sqrt{11}}{4}\right)$  có góc lượng giác  $(OA; OM)$  có số đo  $\alpha + k2\pi$ . Khi đó, giá trị của  $\tan \alpha$  là giá trị nào trong các giá trị sau?

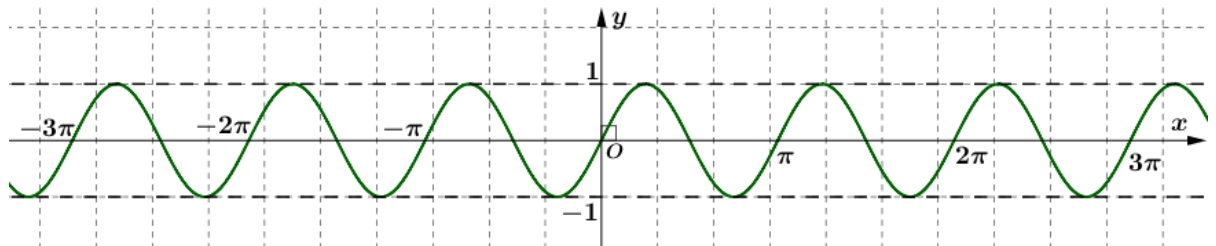
- A.  $\frac{\sqrt{55}}{11}$ .                      B.  $-\frac{\sqrt{55}}{11}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{55}}{5}$ .                      D.  $-\frac{\sqrt{55}}{5}$ .

**Lời giải**

Điểm  $M\left(\frac{\sqrt{5}}{4}; -\frac{\sqrt{11}}{4}\right)$  có góc lượng giác  $(OA; OM)$  có số đo  $\alpha + k2\pi$ . Khi đó, giá trị của

$$\tan \alpha = \frac{y_M}{x_M} = \frac{\sqrt{11}}{4} : \frac{\sqrt{5}}{4} = \frac{\sqrt{55}}{5}$$

**Câu 2:** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau:



- A.  $y = \sin x$ .                      B.  $y = \cos 2x$ .                      C.  $y = \sin 2x$ .                      D.  $y = \cos x$ .

**Lời giải**

Do đồ thị hàm số đối xứng qua gốc tọa độ  $O$  nên hàm số lẻ. Vậy loại các đáp án B và D, chỉ có thể là đáp án A hoặc C.

Nhận thấy hàm số tuần hoàn chu kỳ  $\pi$  nên loại đáp án A, chọn đáp án C.

**Câu 3:** Nghiệm của phương trình  $\sin x = \frac{1}{2}$  là

- A.  $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .                      B.  $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi; -\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .  
 C.  $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .                      D.  $S = \left\{ \frac{1}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

**Câu 4:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào là dãy số giảm?

- A.  $u_n = \frac{1}{2^n}$ .                      B.  $u_n = \frac{3n-1}{n+1}$ .                      C.  $u_n = n^2$ .                      D.  $u_n = \sqrt{n+2}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } u_n = \frac{1}{2^n} < \frac{1}{2^{n+1}} = u_{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

**Câu 5:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 8$  và  $u_2 = 4$ . Công bội của cấp số nhân đã cho bằng



**A.**  $\frac{1}{2}$ .

**B.**  $-\frac{1}{2}$ .

**C.**  $-2$ .

**D.**  $2$ .

**Lời giải**

Ta có  $u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{1}{2}$ .

**Câu 6:** Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

**A.**  $u_n = \left(-\frac{2}{3}\right)^n$ .

**B.**  $u_n = \left(\frac{6}{5}\right)^n$ .

**C.**  $u_n = \frac{n^3 - 3n}{n+1}$ .

**D.**  $u_n = n^2 - 4n$ .

**Lời giải**

Ta thấy  $-\frac{2}{3} < 1 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-\frac{2}{3}\right)^n = 0$ .

**Câu 7:** Giá trị của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3}{x^3 + 2}$  là

**A.**  $1$ .

**B.**  $-2$ .

**C.**  $2$ .

**D.**  $-\frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3}{x^3 + 2} = \frac{(-1)^2 - 3}{(-1)^3 + 2} = -2$$

**Câu 8:** Kết quả của  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + 5x^2 - 3}{x^2 + 6x + 3}$  là:

**A.**  $-2$ .

**B.**  $+\infty$ .

**C.**  $-\infty$ .

**D.**  $2$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + 5x^2 - 3}{x^2 + 6x + 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \cdot \frac{2 + \frac{5}{x} - \frac{3}{x^2}}{1 + \frac{6}{x} + \frac{3}{x^2}} = -\infty$ .

**Câu 9:** Cho bốn hàm số  $f_1(x) = x^3 - x + 5$ ,  $f_2(x) = \frac{3x-1}{x^2-2}$ ,  $f_3(x) = \cos x$  và  $f_4(x) = \sqrt{x} - 3$ .

Hỏi có bao nhiêu hàm số liên tục trên tập  $\mathbb{R}$ ?

**A.**  $1$ .

**B.**  $3$ .

**C.**  $4$ .

**D.**  $2$ .

**Lời giải**

\* Ta có hai hàm số  $f_2(x) = \frac{3x-1}{x^2-2}$  và  $f_4(x) = \sqrt{x} - 3$  có tập xác định không phải là tập  $\mathbb{R}$  nên không thỏa yêu cầu.

\* Cả hai hàm số  $f_1(x) = x^3 - x + 5$  và  $f_3(x) = \cos x$  đều có tập xác định là  $\mathbb{R}$  nên hai hàm số đó liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = \begin{cases} -x^2 + 2x + 1 & \text{khi } x \geq 2 \\ x + 2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ . Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

**A.** Hàm số liên tục tại  $x_0 = 1$ .

**B.** Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**C.** Hàm số liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 2)$ ,  $(2; +\infty)$ .

**D.** Hàm số gián đoạn tại  $x_0 = 2$ .

**Lời giải**

+ Với  $x > 2$ , ta có  $f(x) = -x^2 + 2x + 1$  là hàm đa thức  $\Rightarrow$  hàm số  $f(x)$  liên tục trên khoảng  $(2; +\infty)$ .

+ Với  $x < 2$ , ta có  $f(x) = x + 2$  là hàm đa thức  $\Rightarrow$  hàm số  $f(x)$  liên tục trên khoảng  $(-\infty; 2)$ .

+ Tại  $x = 2$  ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (-x^2 + 2x + 1) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x + 2) = 4$$

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \Rightarrow$  không tồn tại  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \Rightarrow$  hàm số gián đoạn tại  $x_0 = 2$ .

$\Rightarrow$  Hàm số không liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 11:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m^2 - 6m + 12 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ . Tìm tất cả các giá trị thực của tham

số  $m$  để hàm số gián đoạn tại  $x = 1$ .

**A.**  $m \neq 2$ .

**B.**  $m \neq 1$ .

**C.**  $m \neq 2$ .

**D.**  $m \neq 3$ .

**Lời giải**

Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R}$ .

Hàm số gián đoạn tại  $x = 1$  khi  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \neq f(1) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} \neq m^2 - 6m + 12$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)}{x-1} \neq m^2 - 6m + 12 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} (x+2) \neq m^2 - 6m + 12 \Leftrightarrow 3 \neq m^2 - 6m + 12$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 6m + 9 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 3.$$

**Câu 12:** Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định nếu biết nó thỏa điều kiện nào sau đây?

**A.** Đi qua ba điểm bất kỳ.

**B.** Đi qua một đường thẳng và một điểm thuộc đường thẳng đó.

**C.** Đi qua hai đường thẳng cắt nhau.

**D.** Đi qua bốn điểm bất kỳ trong không gian.

**Lời giải**

Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định nếu biết nó đi qua hai đường thẳng cắt nhau.

**Câu 13:** Cho hai đường thẳng chéo nhau  $a$  và  $b$ . Có bao nhiêu mặt phẳng chứa đường thẳng  $a$  và song song với đường thẳng  $b$ ?

**A.** 1.

**B.** 2.

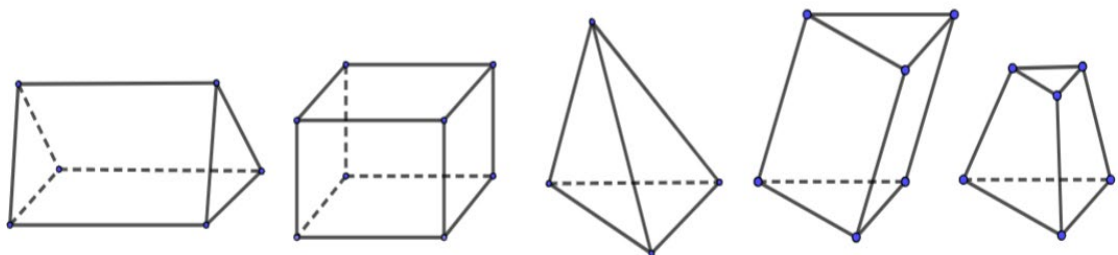
**C.** 3.

**D.** Vô số.

**Lời giải**

Có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng  $a$  và song song với đường thẳng  $b$ .

**Câu 14:** Cho các hình dưới đây. Có bao nhiêu hình là hình lăng trụ?



**A.** 1.

**B.** 2.

**C.** 3.

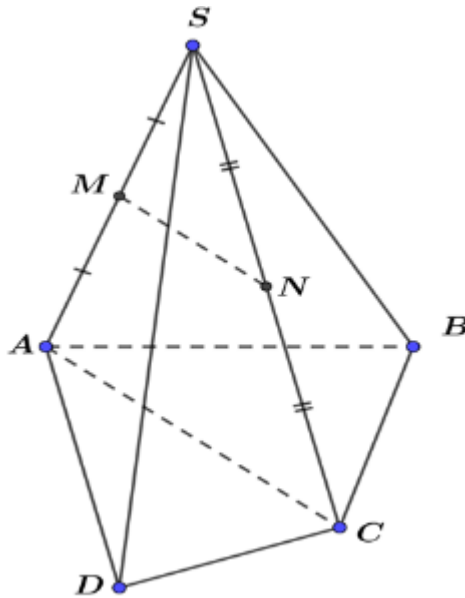
**D.** 4.

**Lời giải**

Có ba hình lăng trụ lần lượt là các hình thứ 1, 2 và 4

**Câu 15:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $SC$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $MN // (SAB)$ .      B.  $MN // (SBC)$ .      C.  $MN // (SBD)$ .      **D.  $MN // (ABCD)$ .**



**Lời giải**

Vì  $MN$  là đường trung bình của tam giác  $SAC \Rightarrow MN // AC$ .

Mặt khác  $AC \subset (ABCD) \Rightarrow MN // (ABCD)$ .

**Câu 16:** Trong các phát biểu sau, số phát biểu đúng?

- Hai mặt phẳng không cắt nhau thì song song.
- Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì cắt nhau.
- Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có duy nhất một mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.
- Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.
- Nếu đường thẳng  $d$  song song với  $mp(\alpha)$  thì nó song song với mọi đường thẳng nằm trong  $mp(\alpha)$ .

- A. 1.      **B. 2.**      C. 3.      D. 4.

**Lời giải**

Trong không gian, hai mặt phẳng có 3 vị trí tương đối: trùng nhau, cắt nhau, song song với nhau.

Vì vậy, 2 mặt phẳng không cắt nhau thì có thể song song hoặc trùng nhau  $\Rightarrow a$  phát biểu sai.

Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì chúng có thể song song với nhau  $\Rightarrow b$  là phát biểu sai

Nếu đường thẳng  $d$  song song với  $mp(\alpha)$  thì nó có thể chéo nhau với một đường thẳng nào đó nằm trong  $(\alpha)$ .  $\Rightarrow e$  phát biểu sai

Theo định lí về 2 mặt phẳng song song thì  $(c);(d)$  phát biểu đúng.

**Câu 17:** Khẳng định nào sau đây là đúng?

- Hình biểu diễn của một hình bình hành là một hình bình hành.
- Hình biểu diễn của một hình chữ nhật là một hình chữ nhật.
- Hình biểu diễn của một hình vuông là một hình vuông.
- Hình biểu diễn của một hình thoi là một hình thoi.

**Lời giải**

Các phương án B, C sai vì phép chiếu song song không bảo toàn góc. Phương án D sai vì phép chiếu song song chưa chắc bảo toàn tỉ số hai đoạn nằm trên hai đường thẳng cắt nhau.

**Câu 18:** Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mẫu số liệu ghép nhóm đã cho có tất cả bao nhiêu nhóm?

- A. 3.                                      B. 4.                                      C. **5.**                                      D. 6.

**Lời giải**

Dựa vào bảng số liệu, mẫu số liệu ghép nhóm đã cho có tất cả 5 nhóm.

**Câu 19:** Khảo sát thời gian xem ti vi trong một ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A.  $[0; 20)$ .                                      B.  **$[20; 40)$ .**                                      C.  $[40; 60)$ .                                      D.  $[60; 80)$ .

**Lời giải**

Tứ phân vị thứ nhất là  $x_{11}$ . Do  $x_{11}$  thuộc nhóm  $[20; 40)$  nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là  $[20; 40)$ .

**Câu 20:** Thống kê về thời lượng mỗi trận đấu bi-a trong vòng tứ kết giải đấu European Open người ta được mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Thời gian	$[9,5; 12,5)$	$[12,5; 15,5)$	$[15,5; 18,5)$	$[18,5; 21,5)$	$[21,5; 24,5)$
Số trận	3	12	15	24	2

Mốt của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào sau đây

- A. 18.                                      B. 18,5.                                      C. 19.                                      D. **19,5.**

**Lời giải**

Ta có: Nhóm chứa Mốt là  $[18,5; 21,5)$ . Do đó:

$$u_m = 18,5; n_{m-1} = 15; n_m = 24; n_{m+1} = 2; u_{m+1} - u_m = 3.$$

$$\text{Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là: } M_o = 18,5 + \frac{24-15}{(24-15)+(24-2)} \cdot 3 = \frac{1201}{62} \approx 19,4.$$

**Câu 21:** Bánh xe của người đi xe đạp quay được 5 vòng trong 8 giây. Hỏi trong 2 giây, bánh xe quay được một góc bao nhiêu độ?

- A.  $1800^\circ$ .                                      B.  $225^\circ$ .                                      C.  $360^\circ$ .                                      D.  **$450^\circ$ .**

**Lời giải**

Ta có: trong 8 giây quay được  $5 \times 360^\circ = 1800^\circ$ .

Khi đó trong 1 giây bánh xe quay được:  $\frac{1800^\circ}{8} = 225^\circ$ .

Vậy trong 2 giây bánh xe quay được:  $450^\circ$ .

**Câu 22:** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A.  $y = \tan 2023x + \cot 2024x$ .                                      B.  **$y = \sin |2023x| + \cos 2024x$ .**  
 C.  $y = 2023 \cos x + 2024 \sin x$ .                                      D.  $y = \cot 2023x - 2024 \sin x$ .

**Lời giải**

Xét hàm số  $y = f(x) = \sin |2023x| + \cos 2024x$ . Tập xác định.  $D = \mathbb{R}$ .

Với mọi  $x \in D$ , ta có  $-x \in D$ .

Ta có  $f(-x) = \sin|-2023x| + \cos(-2024x) = \sin|2023x| + \cos 2024x = f(x)$ .

Vậy  $f(x)$  là hàm số chẵn.

**Câu 23:** Dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát:  $u_n = 3n + n^2$ . Hỏi số 40 là số hạng thứ mấy của dãy số đã cho?

A.  $u_{10}$ .

B.  $u_8$ .

**C.  $u_5$ .**

D.  $u_{40}$ .

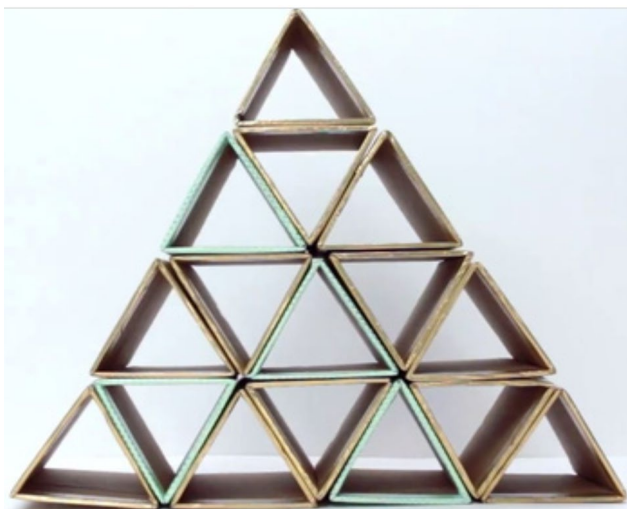
**Lời giải**

Ta có

$$u_n = 40 \Leftrightarrow 3n + n^2 = 40 \Leftrightarrow n^2 + 3n - 40 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n \in \mathbb{N}^* \\ n = 5 \end{cases}$$

Vậy số 40 chính là số hạng  $u_5$ .

**Câu 24:** An định xếp một hình tháp bởi các mảnh ghép tam giác. Tầng dưới cùng An xếp 35 hình và tầng tiếp theo ít hơn tầng dưới nó hai hình. An xếp cho đến khi không xếp lên được nữa. Hỏi An cần bao nhiêu mảnh ghép hình tam giác để xếp xong tháp?



A.  $S = 322$ .

**B.  $S = 324$ .**

C.  $S = 234$ .

D.  $S = 332$ .

**Lời giải**

Theo giả thiết tòa tháp được xếp bằng các hình tam giác, số các tam giác xếp theo quy luật là một cấp số cộng. Gọi số tam giác tầng trên cùng là  $u_1$  thì ta có  $u_1 = 1, d = 2$

Gọi tầng dưới cùng là  $u_n \Rightarrow u_n = 35$ .

$$\text{Ta có: } u_n = u_1 + (n-1)d = 35 \Leftrightarrow 1 + (n-1) \cdot 2 = 35 \Leftrightarrow n = 18 \Rightarrow S_{18} = \frac{18(1+35)}{2} = 324$$

Vậy tổng số tam giác trong 18 tòa tháp trên là  $S = 324$ . Đáp án **B**.

Chú ý: giáo viên có thể dùng tổng của dãy số lẻ  $1 + 3 + 5 + \dots + 35$  trong tiết quy nạp lớp 10.

**Câu 25:** Một loại lợi khuẩn được nuôi cấy trong phòng thí nghiệm, cứ cách hai phút số lượng lại tăng lên gấp đôi so với số lượng đang có. Từ một lợi khuẩn ban đầu, hãy tính tổng số lợi khuẩn có trong ống nghiệm sau 30 phút.

A. 16384.

B. 16383.

**C. 32767**

D. 32768.

**Lời giải**

Số lượng lợi khuẩn cứ sau 2 phút lập thành cấp số nhân với  $u_1 = 1, q = 2$ .

Thời gian 30 phút tương ứng trải qua  $\frac{30}{2} = 15$  lần sinh trưởng.

Do đó tổng số lợi khuẩn nuôi cấy được sau 30 phút là  $S_{15} = u_1 \cdot \frac{1-q^{15}}{1-q} = 1 \cdot \frac{1-2^{15}}{1-2} = 32767$ .

**Câu 26:**  $\lim \left[ \sqrt{2n^2 + 2n + 1} - \sqrt[3]{n^3 + n^2} \right]$  bằng

- A.  $-\infty$ .                      B. 0.                      **C.  $+\infty$**                       D. 2.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim \left[ \sqrt{2n^2 + 2n + 1} - \sqrt[3]{n^3 + n^2} \right] = \lim n \left[ \sqrt{2 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}} - \sqrt[3]{1 + \frac{1}{n}} \right] = +\infty$$

$$\text{Vì } \lim n = +\infty \text{ và } \lim \left[ \sqrt{2 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}} - \sqrt[3]{1 + \frac{1}{n}} \right] = \sqrt{2} - 1 > 0.$$

**Câu 27:** Tổng vô hạn sau đây  $S = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$  có giá trị bằng:

- A. 3.                      **B.  $\frac{3}{2}$**                       C. 4.                      D. 2.

**Lời giải**

Ta có  $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \dots; \frac{1}{3^n}; \dots$  là một cấp số nhân lùi vô hạn với công bội  $q = \frac{1}{3} < 1$ .

$$S = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{3}{2}.$$

**Câu 28:** Giá trị của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt[3]{3x^3 - 1} + \sqrt{x^2 + 2} \right)$  là:

- A.  $\sqrt[3]{3} + 1$ .                      **B.  $+\infty$**                       C.  $\sqrt[3]{3} - 1$ .                      D.  $-\infty$ .

**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt[3]{3x^3 - 1} + \sqrt{x^2 + 2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( \sqrt[3]{3 - \frac{1}{x^3}} + \sqrt{1 + \frac{2}{x^2}} \right) = +\infty,$$

$$\text{vì } \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt[3]{3 - \frac{1}{x^3}} + \sqrt{1 + \frac{2}{x^2}} \right) = \sqrt[3]{3} + 1 > 0.$$

**Câu 29:** Tính  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} \left( \sqrt{4x^2 + 1} - x \right)$

- A.  $+\infty$ .                      B. 0.                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      **D.  $-3$** .

**Lời giải**

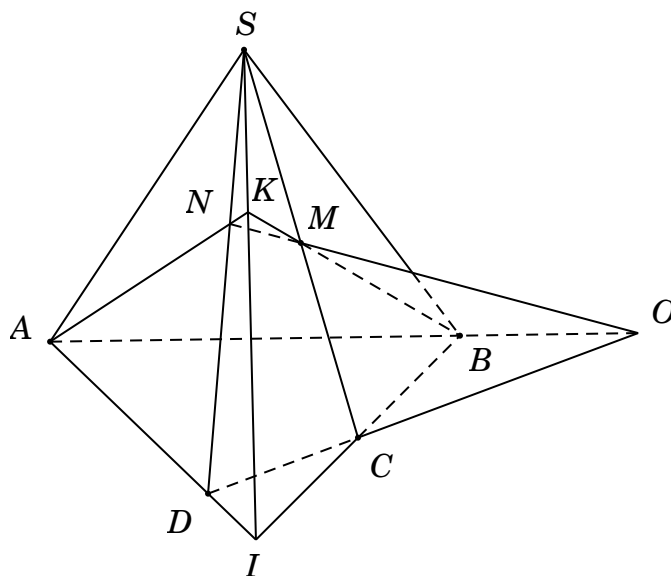
Ta có:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} \left( \sqrt{4x^2 + 1} - x \right) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} \left( \frac{4x^2 + 1 - x^2}{\sqrt{4x^2 + 1} + x} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 1}{x \cdot \left( \sqrt{4x^2 + 1} + x \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 + \frac{1}{x^2}}{1 \cdot \left( -\sqrt{4 + \frac{1}{x^2}} + 1 \right)} = -3. \end{aligned}$$

**Câu 30:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  không phải là hình thang. Trên cạnh  $SC$  lấy điểm  $M$ . Gọi  $N$  là giao điểm của đường thẳng  $SD$  với mặt phẳng  $(AMB)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Ba đường thẳng  $AB, CD, MN$  đôi một song song.
- B. Ba đường thẳng  $AB, CD, MN$  đôi một cắt nhau.
- C. Ba đường thẳng  $AB, CD, MN$  đồng quy.
- D. Ba đường thẳng  $AB, CD, MN$  cùng thuộc một mặt phẳng.

**Lời giải.**



Gọi  $I = AD \cap BC$ . Trong mặt phẳng  $(SBC)$ , gọi  $K = BM \cap SI$ . Trong mặt phẳng  $(SAD)$ , gọi  $N = AK \cap SD$ .

Khi đó  $N$  là giao điểm của đường thẳng  $SD$  với mặt phẳng  $(AMB)$ .

Gọi  $O = AB \cap CD$ . Ta có:

- $O \in AB$  mà  $AB \subset (AMB)$  suy ra  $O \in (AMB)$ .
- $O \in CD$  mà  $CD \subset (SCD)$  suy ra  $IJ, MN, SE$ .

Do đó  $O \in (AMB) \cap (SCD)$ . (1)

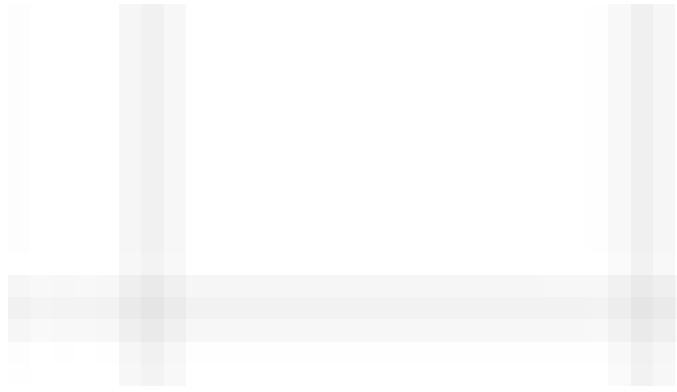
Mà  $(AMB) \cap (SCD) = MN$ . (2)

Từ (1) và (2), suy ra  $O \in MN$ . Vậy ba đường thẳng  $AB, CD, MN$  đồng quy.

**Câu 31:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Các điểm  $P, Q$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ ; điểm  $R$  nằm trên cạnh  $BC$  sao cho  $BR = 2RC$ . Gọi  $S$  là giao điểm của  $mp(PQR)$  và cạnh  $AD$ . Tính tỉ số  $\frac{SA}{SD}$ .

- A.  $\frac{7}{3}$ .
- B. 2.
- C.  $\frac{5}{3}$ .
- D.  $\frac{3}{2}$ .

**Lời giải**



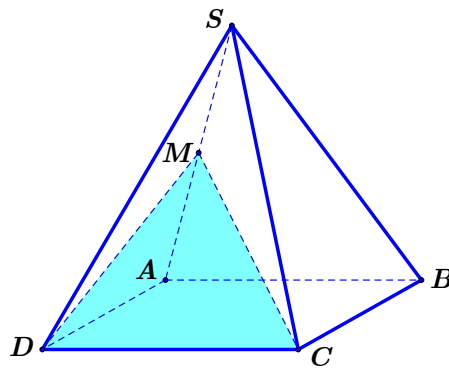
Trong mặt phẳng  $(BCD)$ , gọi  $I = RQ \cap BD$ .

Trong  $(ABD)$ , gọi  $S = PI \cap AD \Rightarrow S = AD \cap (PQR)$ .

Trong mặt phẳng  $(BCD)$ , dựng  $DE \parallel BC \Rightarrow DE$  là đường trung bình của tam giác  $IBR$ .  
 $\Rightarrow D$  là trung điểm của  $BI$ .

Trong  $(ABD)$ , dựng  $DF \parallel AB \Rightarrow \frac{DF}{BP} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{DF}{PA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{SA}{SD} = 2$ .

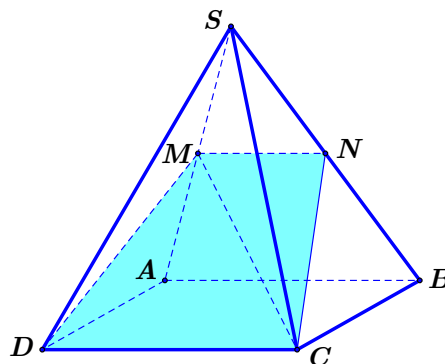
**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Gọi  $M$  là trung điểm của  $SA$ . Giao điểm của đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(CMD)$  là:



**A.** Không có giao điểm. **B.** Giao điểm của đường thẳng  $SB$  và  $MC$ .

**C.** Giao điểm của đường thẳng  $SB$  và  $MD$ . **D.** Trung điểm của đoạn thẳng  $SB$ .

**Lời giải**



Ta có: 
$$\begin{cases} AB \parallel CD \\ M \in (CMD) \cap (SAB) \\ CD \subset (CMD), AB \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow$$
 giao tuyến của hai mặt phẳng  $(CMD)$  và  $(SAB)$  là

đường thẳng  $MN \parallel AB \parallel CD$  với  $N \in SB$ .

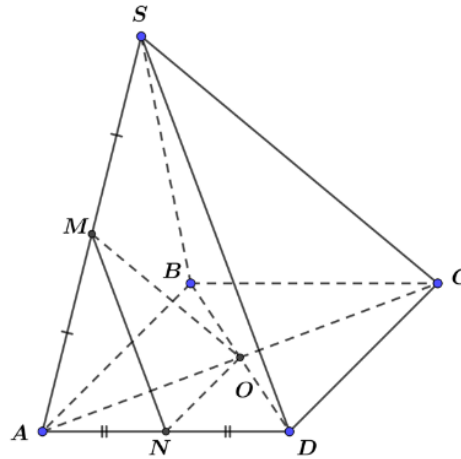
$\Rightarrow N$  là giao điểm của đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(CMD)$ .

Xét tam giác  $\Delta SAB$  có  $M$  là trung điểm  $SA$  và  $MN \parallel AB \Rightarrow N$  là trung điểm  $SB$ .



**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ , gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $SA, AD$ . Mặt phẳng  $(MNO)$  song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A.  $(SBC)$ .                      B.  $(SAB)$ .                      C.  $(SAD)$ .                      **D.  $(SCD)$ .**



**Lời giải**

Vì  $MN$  là đường trung bình của tam giác  $SAD \Rightarrow MN // SD$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} MN // SD \\ MN \not\subset (SCD) \Rightarrow MN // (SCD).. \\ SD \subset (SCD) \end{cases}$$

Tương tự  $ON // (SCD)$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} MN // (SCD), ON // (SCD) \\ MN \subset (MNO), ON \subset (MNO) \Rightarrow (MNO) // (SCD).. \\ MN \cap ON = \{N\} \end{cases}$$

**Câu 34:** Thời gian tự ôn tập thi THPTQG tại nhà trong một ngày của học sinh lớp 12A được giáo viên chủ nhiệm ghi nhận trong bảng sau:

Thời gian ôn tập (giờ)	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$
Số học sinh	4	7	18	15	4

Từ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. 6,75.                      B. 7,13.                      **C. 6,93.**                      D. 7,04.

**Lời giải**

Số học sinh lớp 12A là  $n = 4 + 7 + 18 + 15 + 4 = 48$ .

Gọi  $x_1; x_2; \dots; x_{48}$  là thời gian ôn tập của 48 học sinh được xếp theo thứ tự không giảm. Ta có  $x_1; x_2; x_3; x_4 \in [0;2)$ ;  $x_5; \dots; x_{11} \in [2;4)$ ;  $x_{12}; \dots; x_{29} \in [4;6)$ ;  $x_{30}; \dots; x_{44} \in [6;8)$ ;  $x_{45}; \dots; x_{48} \in [8;10)$ .

Do đó đối với dãy số liệu  $x_1; x_2; \dots; x_{48}$  thì tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu  $x_1; x_2; \dots; x_{48}$  là

$\frac{1}{2}(x_{24} + x_{25})$  thuộc nhóm  $[4;6)$ , tứ phân vị ba của dãy số liệu  $x_1; x_2; \dots; x_{48}$  là  $\frac{1}{2}(x_{36} + x_{37})$  thuộc

nhóm  $[6;8)$ . Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = u_m + \frac{\frac{3n}{4} - C}{n_m} \cdot (u_{m+1} - u_m) = 6 + \frac{\frac{3 \cdot 48}{4} - 29}{15} \cdot (8 - 6) = \frac{104}{15} \approx 6,93.$$

**Câu 35:** Cho bảng phân bố tần số ghép nhóm sau. ( $x$  là số nguyên dương)

Nhóm	Tần số
[7;9)	5
[9;11)	$x^2 + 3$
[11;13)	3
[13;15)	$7x - 9$
[15;17)	$4x + 1$
[17;19)	7

Biết bảng số liệu trên có hai một ở nhóm [9;11) và nhóm [13;15) các một của bảng số liệu trên là ( làm tròn đến hàng phần chục).

- A. 14,8 ; 9,8.      B. 14,7;9,9.      C. 14,8; 9,9.      D. 14,9;9,9.

**Lời giải**

Từ giả thiết bảng số liệu thống kê đã cho có hai một ở nhóm [9;11) và nhóm [13;15)

$$\text{nên ta có } \begin{cases} x^2 + 3 = 7x - 9 \\ 7x - 9 > 4x + 1 \\ 7x - 9 > 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 7x + 12 = 0 \\ x > \frac{10}{3} \\ x > \frac{16}{7} \end{cases} \Leftrightarrow x = 4$$

Với  $x = 4$  ta có bảng số liệu

Nhóm	Tần số
[7;9)	5
[9;11)	19
[11;13)	3
[13;15)	19
[15;17)	17
[17;19)	7

Xét với

$$\text{nhóm [9;11) } M_0 = 9 + \frac{19 - 5}{2 \cdot 19 - 3 - 5} \cdot 2 = \frac{149}{15} \approx 9,9$$

$$\text{Xét với nhóm [13;15) } M_0 = 13 + \frac{19 - 3}{2 \cdot 19 - 3 - 17} \cdot 2 = \frac{133}{9} \approx 14,8$$

**II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)**

**Câu 36:** Có 1 kg chất phóng xạ độc hại. Biết rằng, cứ sau mỗi khoảng thời gian  $T = 24000$  năm thì một nửa số chất phóng xạ này bị phân rã thành chất khác không độc hại với sức khỏe con người ( $T$  gọi là chu kỳ bán rã). Gọi  $(u_n)$  là khối lượng chất phóng xạ còn sót lại sau chu kỳ thứ  $n$ .

- Tìm số hạng tổng quát  $u_n$
- Tìm giới hạn  $u_n$

**Lời giải**

a. Tìm số hạng tổng quát  $u_n$

Sau chu kì thứ nhất, lượng phóng xạ còn lại  $u_1 = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2} (kg)$

Sau chu kì thứ hai, lượng phóng xạ còn lại  $u_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 (kg)$

Sau chu kì thứ ba, lượng phóng xạ còn lại  $u_3 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 (kg)$

.

Sau chu kì thứ  $n$ , lượng phóng xạ còn lại  $u_n = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^n (kg)$

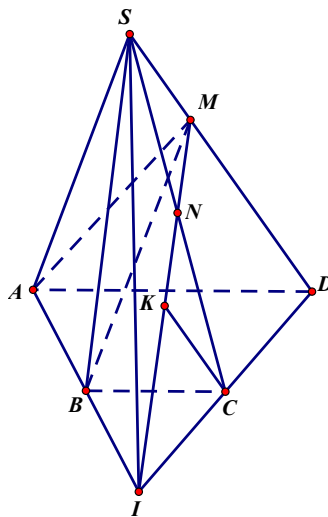
b. Tìm giới hạn  $u_n$

$$\lim u_n = \lim \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0.$$

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang  $ABCD$  với  $AD \parallel BC$  và  $AD = 2BC$ . Gọi  $M$  là điểm trên cạnh  $SD$  thỏa mãn  $SM = \frac{1}{3}SD$ . Mặt phẳng  $(ABM)$  cắt cạnh bên  $SC$  tại điểm  $N$ .

Tính tỉ số  $\frac{SN}{SC}$ .

**Lời giải**



Trong mặt phẳng  $(ABCD)$ :

Gọi  $I = AB \cap CD \Rightarrow I \in AB \subset (ABM)$

Trong mặt phẳng  $(SCD)$ :

Gọi  $N = IM \cap SC$  và  $K$  là trung điểm  $IM$ .

Ta có:  $\frac{IC}{ID} = \frac{BC}{AD} = \frac{1}{2}$

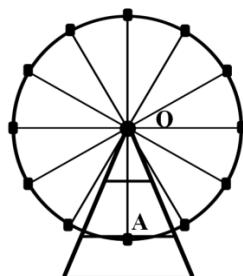
Trong tam giác  $IMD$  có  $KC$  là đường trung bình nên  $KC \parallel MD$  và  $KC = \frac{1}{2}MD$

Mà  $SM = \frac{1}{2}MD \Rightarrow SM = KC$ .

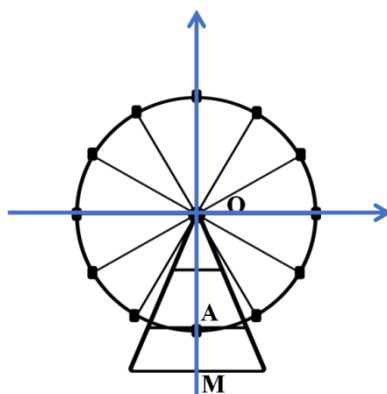
Lại có  $KC \parallel SM$  (do  $M \in SD$ )

$$\Rightarrow \frac{SN}{NC} = \frac{SM}{KC} = 1. \text{ Vậy } \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}.$$

**Câu 38:** Một vòng quay quan sát quay ngược chiều kim đồng hồ quanh trục  $O$  của nó trên một mặt phẳng thẳng đứng vuông góc với mặt đất. Vòng quay có đường kính bánh xe là 20 m và có 12 khoang hành khách hình tròn được thiết kế ở những vị trí trên đường tròn bánh xe sao cho khoảng cách giữa hai khoang gần nhất luôn bằng nhau. Vị trí hành khách bước lên khoang hành khách cách mặt đất 5 m. Bạn A bước lên vòng quay và đi được  $3\frac{7}{10}$  vòng. Hỏi vị trí khoang hành khách của bạn A cách mặt đất bao nhiêu mét? Kết quả làm tròn đến hàng phần mười (hình vẽ minh họa bên dưới).



**Lời giải**



Ta có:  $3\frac{7}{10}$  vòng tương ứng với góc quay  $\alpha = 3.2\pi + \frac{7}{10}.2\pi = 6\pi + \frac{7\pi}{5}$ .

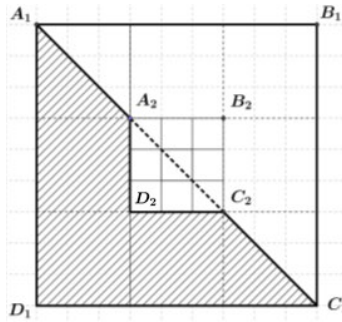
Chọn đường tròn lượng giác như hình vẽ trên.

Khi đó vị trí khoang hành khách của bạn A cách mặt đất là

$$\begin{aligned} d &= 15 + 10 \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = 15 + 10 \sin\left(6\pi + \frac{7\pi}{5} - \frac{\pi}{2}\right) \\ &= 15 + 10 \sin\left(6\pi + \frac{9\pi}{10}\right) = 15 + 10 \sin \frac{9\pi}{10} \approx 18,09016994 \end{aligned}$$

Kết quả làm tròn đến hàng phần mười là 18,1 m.

**Câu 39:** Với hình vuông  $A_1B_1C_1D_1$  như hình vẽ bên, cách tô màu như phần gạch sọc được gọi là cách tô màu “đẹp”. Một nhà thiết kế tiến hành tô màu cho một hình vuông như hình bên, theo quy trình sau:



*Bước 1:* Tô màu “đẹp” cho hình vuông  $A_1B_1C_1D_1$ .

*Bước 2:* Tô màu “đẹp” cho hình vuông  $A_2B_2C_2D_2$  là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông  $A_1B_1C_1D_1$  thành 9 phần bằng nhau như hình vẽ.

*Bước 3:* Tô màu “đẹp” cho hình vuông  $A_3B_3C_3D_3$  là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông  $A_2B_2C_2D_2$  thành 9 phần bằng nhau. Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99% .

### Lời giải

Gọi diện tích được tô màu ở mỗi bước là  $u_n$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ . Dễ thấy dãy các giá trị  $u_n$  là một cấp số nhân với số hạng đầu  $u_1 = \frac{4}{9}$  và công bội  $q = \frac{1}{9}$ .

Gọi  $S_k$  là tổng của  $k$  số hạng đầu trong cấp số nhân đang xét thì  $S_k = \frac{u_1(q^k - 1)}{q - 1}$ .

Để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99% thì  $\frac{u_1(q^k - 1)}{q - 1} \geq 0,4999 \Leftrightarrow k \geq 3,8$ .

Vậy cần ít nhất 4 bước.

----- HẾT -----