

Họ tên học sinh:SBD: Lớp:.....

I. ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH: (6 điểm)

Câu 1: (1đ) Tính giới hạn hàm số: $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x + 3} + x)$

Câu 2: (1,5đ) Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{3x - \sqrt{4x + 5}} & \text{khi } x \neq 1 \\ A & \text{khi } x = 1 \end{cases}$

Tìm A để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$.

Câu 3: (1đ) Tính đạo hàm của hàm số sau:

a) $y = x\sqrt{6 - x}$

b) $y = \frac{x-1}{2} \cos^2 x$

Câu 4: (1đ) Cho hàm số: $y = x^3 + 3x^2 + 2$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm A, có hoành độ $x_A = 0$.

Câu 5: (1,5đ) Cho hàm số: $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C)

biết tiếp tuyến song song với đường thẳng d có phương trình: $y = 3x - 1$.

II. HÌNH HỌC: (4 điểm)

Câu 6: Cho hình chóp S.ABCD có ABCD là hình vuông cạnh 4a, H là trung điểm AB, SH vuông góc mặt phẳng (ABCD), SB = 4a.

a) (1,5đ) Gọi K là trung điểm CD. Chứng minh rằng CD vuông góc mặt phẳng (SHK).

b) (1,5đ) Tính số đo của góc hợp bởi hai mặt phẳng (SAD) và (ABCD).

c) (1đ) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CI và SD với I trung điểm AD.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN TOÁN 11 – KT HK2_2020-2021

Câu 1: (1điểm) Tính giới hạn hàm số: $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x + 3} + x)$

Giải $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x + 3} + x)$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+3}{\sqrt{x^2 + x + 3} - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \frac{3}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2}} - 1} = -\frac{1}{2}$$

Câu 2: (1,5điểm) Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{3x - \sqrt{4x + 5}} & \text{khi } x \neq 1 \\ A & \text{khi } x = 1 \end{cases}$

Tìm A để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$

Giải

- $f(1) = A$
- $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{3x - \sqrt{4x + 5}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 1)(3x + \sqrt{4x + 5})}{9x^2 - 4x - 5}$
 $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)(3x + \sqrt{4x + 5})}{(x-1)(9x + 5)}$
 $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)(3x + \sqrt{4x + 5})}{9x + 5} = \frac{12}{14}$
- hàm số liên tục tại $x_0 = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$
 $\Rightarrow A = \frac{12}{14}$

Câu 3: (1điểm) Tính đạo hàm của hàm số sau :

a/ $y = x\sqrt{6-x}$

b/ $y = \frac{x-1}{2} \cos^2 x$

Giải

a/ $y' = (x)' \sqrt{6-x} + x \cdot (\sqrt{6-x})'$

$$y' = \sqrt{6-x} + x \cdot \frac{-1}{2\sqrt{6-x}} = \frac{2(6-x) - x}{2\sqrt{6-x}} = \frac{12-3x}{2\sqrt{6-x}}$$

b/ $y' = \left(\frac{x-1}{2}\right)' \cdot \cos^2 x + \frac{x-1}{2} \cdot (\cos^2 x)'$

$$= \frac{1}{2} \cos^2 x - \frac{x-1}{2} \sin 2x$$

Câu 4: (1điểm) Cho hàm số : $y = x^3 + 3x^2 + 2$ có đồ thị (C)

Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm A, có hoành độ $x_A = 0$

Giải

$$x_A = 0 \Rightarrow y_A = 2 \rightarrow A(0;2)$$

pttt tại A có dạng: $y = y'(0)(x-0) + 2$
 ta có $y' = 3x^2 + 6x \rightarrow y'(0) = 0$
 pttt tại A: $y = 2$

Câu 5: (1,5điểm) Cho hàm số : $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C)

Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng d có phương trình : $y=3x-1$

Giải

đường thẳng d có phương trình : $y = 3x - 1 \rightarrow$ đường thẳng d có hệ số góc $k = 3$

Ta có $y' = \frac{3}{(x+1)^2}$

Gọi $M_0(x_0, y_0)$ là tiếp điểm , pttt có dạng $y = y'(x_0)(x-x_0) + y_0$
 ttuyến song song đường thẳng d

nên : $y'(x_0) = 3 \rightarrow \frac{3}{(x_0+1)^2} = 3$

$\rightarrow (x_0+1)^2 = 1$

$\rightarrow x_0 = 0$ hay $x_0 = -2$

• Nếu $x_0 = 0 ; y_0 = -1$ pttt là : $y = 3x - 1$ (loại)

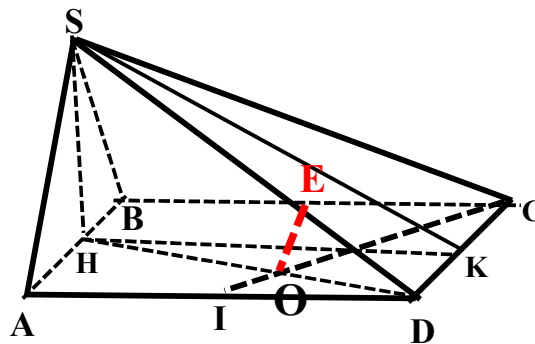
• Nếu $x_0 = -2 ; y_0 = 5$ pttt là : $y = 3(x+2) + 5$

Hay $y = 3x + 11$ (nhận)

Kết luận : pttt cần tìm $y = 3x + 1$

Câu 6: Cho hình chóp S.ABCD có ABCD là hình vuông cạnh $4a$, H là trung điểm AB , SH vuông góc mặt phẳng (ABCD), $SB = 4a$

GIẢI :



a) (1,5 điểm) CMR : CD vuông góc mp (SHK)

GIẢI :

$\left\{ \begin{array}{l} CD \perp HK \text{ (vì } CD \perp AD // HK) \\ CD \perp SH \text{ (vì } SH \perp (ABCD) \Rightarrow CD) \\ HK, SH \subset (SHK) \\ HK \cap SH = H \end{array} \right.$	<p>(0,25 điểm + 0,25 điểm)</p> <p>(0,25 điểm + 0,25 điểm)</p> <p>(0,25 điểm)</p>	
	$\Rightarrow CD \perp (SHK)$	<p>(0,25 điểm)</p>

b) (1,5 điểm) Tính số đo của góc hợp bởi hai mặt phẳng (SAD) và (ABCD).

GIẢI

(0,25 điểm)

$$\begin{cases} AD \perp AH \text{ (vì hai cạnh liên tiếp của hình vuông)} \\ AD \perp SH \text{ (vì } SH \perp (ABCD) \supset AD) \\ AH, SH \text{ là hai cạnh } \Delta SHA \end{cases}$$

$$\Rightarrow AD \perp SA$$

$$\begin{cases} (SAD) \cap (ABCD) = AD \\ (SAD) \supset SA \perp AD \text{ tại } A \\ (ABCD) \supset AB \perp AD \text{ tại } A \end{cases} \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$\Rightarrow \text{góc } [(SAD), (ABCD)] = (SA, AB) = \widehat{SAB} \text{ (vì } \Delta SAH \text{ vuông tại } H) \quad (0,25 \text{ điểm})$$

$$\Delta SAB \text{ cân tại } S \text{ có } SB = AB \Rightarrow \Delta SAB \text{ đều} \Rightarrow \widehat{SAB} = 60^\circ \quad (0,5 \text{ điểm})$$

c) (1 điểm) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CI và SD với I trung điểm AD

GIẢI:

CI cắt HD tại O, kẻ OE \perp SD tại E (1)

$$\begin{cases} CI \perp SH \\ CI \perp HD \text{ (phải CM)} \end{cases} \Rightarrow CI \perp (SHD) \quad (0,25 \text{ điểm})$$

$$\Rightarrow CI \perp OE \text{ (2)}$$

$$(1), (2) \Rightarrow d(CI, SD) = OE \quad (0,25 \text{ điểm})$$

$$\Rightarrow OD = \frac{ID \cdot CD}{IC} = \frac{4\sqrt{5}}{5} a \quad (0,25 \text{ điểm})$$

$$\Rightarrow d(CI, SD) = OE = \frac{DO \cdot SH}{DS} = \frac{\sqrt{30}}{5} a \quad (0,25 \text{ điểm})$$

...Hết...